T.C.
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİ KULLANILARAK NANO PLAKLARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ

TOLGA AKSENCER

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
TEZ YÖNETİCİSİ DOÇ.DR. METİN AYDOĞDU
2010
EDİRNE

T.C.
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİ KULLANILARAK NANO PLAKLARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ

Tolga AKSENCER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

Bu tez 07/07/2010 tarihinde Aşağıdaki Jüri Tarafından Kabul Edilmiştir.

Doç. Dr. Metin AYDOĞDU
(Danışman, Jüri Üyesi)

Doç. Dr. Seyfettin DALGIÇ
(Jüri Üyesi)

Yrd. Doç. Dr. Nusret MEYDANLIK
(Jüri Üyesi)

ÖZET

Bu çalışmada yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak nano plakların statik ve dinamik analizi teorik olarak incelenmiştir. Öncelikle Eringenin yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak nano plaklara ait yönetici denklemler bulunmuştur. Ardından, tüm kenarları basit destekli olan plaklar için çözümler Navier tipi çözüm yöntemiyle hesaplanmıştır. Daha genel sınır şartları olan karşılıklı iki kenarı basit destekli nano plaklar için Levy tipi yöntem kullanılmıştır.

Nano plakların serbest titreşimi, burkulması ve düşey yükler etkisindeki çökmesi parametrik olarak incelenmiştir. Nano ölçekte yerel olmayan elastisite ile bulunan frekans ve kritik burkulma yüklerinin klasik teoriyle elde edilenlerden küçük olduğu, çökme durumunda ise bunun tam tersi bir durum olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Levy tipi çözüm yöntemi, Navier tipi çözüm yöntemi, Plak,Yerel Olmayan Elastisite.

ABSTRACT

In this study, static and dynamic analysis of nano plates are investigated by using nonlocal elasticity theory. Initially nano plate governing equations are obtained using the nonlocal elasticity of Eringen. Then, Navier type method is used for the plates with all edges simply supported. For the plates at least two opposite edges simply supported Levy type solution method is used.

Free vibration, buckling and bending due to flexural external loads of nano plates are investigated parametrically. It is obtained that at nano length scale, frequencies and critical buckling loads obtained by the classical elasticity theory are greater than that of nonlocal elasticity whereas reverse is true for bending.

Key words: Levy type solutions, Navier type solutions, Plate, Nonlocal Elasticity,

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın her aşamasında maddi ve manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen akademik hayatı sevdiren hakkını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim saygı değer hocam Sayın Doç. Dr. Metin AYDOĞDU'ya çok teşekkür ederim.

Ayrıca akademik yaşama atıldığım bu zorlu süreçte desteklerini hala daha hissettiğim ve aldığım aileme, anneme ve abime çok teşekkür ederim. Zorlu bu sürecte manevi desteğini gördüğüm Sayın Reyhan Bavkır'a, çok teşekkür ediyorum. Tabiki hep desteğini aldığım ve beni seven sayan tüm gerçek arkadaş ve dostlara adını sayamadığım saygıdeğer hocalarıma, araştırma görevlisi arkadaşlarıma ve perde arkasında desteğini hissettiğim isimsiz kahramanlara teşekkürü bir borç biliyorum.

Saygılarımla.

2010, Edirne Tolga AKSENCER

İÇİNDEKİLER

Özet i
Abstract ii
Önsöz iii
Şekil Listesi iv
Çizelge Listesi x
Sembol Listesi xi

BÖLÜM 1. GİRİŞ

1.1. Problem ve önemi 1
1.2. Önceki Çalışmalar 2
1.3. Tezin, önemi, kapsamı gerekçesi 4

BÖLÜM 2. NANOTETEKNOLOJİ

2.1. Giriş 6
2.2. Nanoteknoloji 6
2.2.1. Karbon nanoyapılar 6
2.2.2. Karbonun çeşitli yapıları 7
2.2.2.1. Karbon nanotoplar 8
2.2.2.2. Karbon nanotüpler 9
2.2.2.3. Karbon nanoçubuklar 10
2.2.2.4. Karbon nanohalkalar 10
2.3. Grafit levha 11

BÖLÜM 3. NANO PLAKLARIN SERBEST TİTREŞİM BURKULMA VE ÇÖKME DENKLEMLERİ

3.1. Giriş 13
3.2. Analiz 13
3.3. Sınır Şartları 18

BÖLÜM 4. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİ İLE NANO PLAKLARIN STATİK VE DİNAMİK DAVRANIŞLARINI YÖNETEN DENKLEMLERİN ELDE EDİLMESİ

4.1. Giriş 20

4.2. Analiz 20

BÖLÜM 5. DENKLEMLERİN ÇÖZÜMLERİ

5.1. Giriş 23

5.2. Basit destekli nano plakların Navier tipi çözüm yöntemi ile burkulması titreşimi ve çökmesi 23

5.2.1. Navier tipi çözüm yöntemi ile titreşim probleminin çözümü 24

5.2.2. Navier tipi çözüm yöntemi ile burkulma probleminin çözümü 25

5.2.3. Navier tipi çözüm yöntemi ile çökme probleminin çözümü 25

5.3.Levy tipi çözüm 26

BÖLÜM 6. NÜMERİK SONUÇLAR

6.1.Giriş 29

6.2.Nano plakların titreşimi 29

6.3.Nano plakların burkulması 44

6.4.Nano plakların çökmesi 51

BÖLÜM 7. GENEL SONUÇLAR 54

KAYNAKLAR 56

ÖZGEÇMİŞ 60

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1. Karbon nanotop 8

Şekil 2.2.Karbon yapılar 9

Şekil 2.3. Grafit levha 12

Şekil 3.1. Plak geometrisi ve koordinat sistemi 13

Şekil 3.2. Kenar gösterim sırasının şematik gösterimi 19

Şekil 6.1. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBB, m=1 n=1) 32

Şekil 6.2. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBB, m=2 n=1) 32

Şekil 6.3. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBB, m=1 n=2) 33

Şekil 6.4. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBB, m=2 n=2) 33

Şekil 6.5. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBB, m=1 n=1) 34

Şekil 6.6. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBB, m=2 n=1) 34

Şekil 6.7. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBB, m=1 n=2) 35

Şekil 6.8. Dikdörgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBB, m=2 n=2) 35

Şekil 6.9. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBA, m=1 n=1) 36

Şekil 6.10. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBA, m=2 n=1) 36

Şekil 6.11. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBA, m=1 n=2) 37

Şekil 6.12. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBA, m=2 n=2) 37

Şekil 6.13. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBA, m=1 n=1) 38

Şekil 6.14. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBA, m=2 n=1) 38

Şekil 6.15. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBA, m=1 n=2) 39

Şekil 6.16. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BBBA, m=2 n=2) 39

Şekil 6.1. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BABA, m=1 n=1) 40

Şekil 6.18 Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BABA, m=2 n=1) 40

Şekil 6.19.Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BABA, m=1 n=2) 41

Şekil 6.20.Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BABA, m=2 n=2) 41

Şekil 6.21. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BABA, m=1 n=1) 42

Şekil 6.22 .Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BABA, m=2 n=1) 42

Şekil 6.23 Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BABA, m=1 n=2) 43

Şekil 6.24. Dikdörtgen (L_x/Ly=2) nanoplak için frekans oranını plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi (BABA, m=2 n=2) 43

Şekil 6.25. Dikdörtgen (L_x/L_y=0.5) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğu na göre değişimi (BBBB) 45

Şekil 6.26. Kare (L_x/L_y=1.0) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BBBB) 45

Şekil 6.27. Dikdörtgen (L_x/L_y=1.5) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BBBB) 46

Şekil 6.28.2 Dikdörtgen (L_x/L_y=2.0) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BBBB) 46

Şekil 6.29. Dikdörtgen (L_x/L_y=0.5) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BBBA) 47

Şekil 6.30. Kare (L_x/L_y=1.0) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BBBA) 47

Şekil 6.31. Dikdörtgen (L_x/L_y=1.5)nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BBBA) 48

Şekil 6.32. Dikdörtgen (L_x/L_y=2.0) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BBBA) 48

Şekil 6.33. Dikdörtgen (a/b=0.5) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BABA) 49

Şekil 6.34. Kare (a/b=1.0) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BABA) 49

Şekil 6.35. Dikdörtgen (a/b=1.5) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğuna göre değişimi (BABA) 50

Şekil 6.36. Dikdörtgen (a/b=2.0) nanoplak için kritik burkulma yükünün L_x uzunluğu ile değişimi (BABA) 50

Şekil 6.37. Sinüsoidal yük altında eğilme oranının L_x uzunluğuna göre değişimi (a/b=0.5)(BBBB) 52

Şekil 6.38. Sinüsoidal yük altında eğilme oranının L_x uzunluğuna göre değişimi (a/b=1.0)(BBBB) 52

Şekil 6.39. Sinüsoidal yük altında eğilme oranının L_x uzunluğuna göre değişimi (a/b=1.5)(BBBB) 53

Şekil 6.40. Sinüsoidal yük altında eğilme oranının L_x uzunluğuna göre değişimi (a/b=2)(BBBB) 53

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 6.1. Bu çalışmada elde edilen serbest titreşim frekans parametrelerinin önceki çalışmalarla kıyaslanması 29

Çizelge 6.2. Bu çalışmada elde edilen kritik burkulma yükü parametrelerinin önceki çalışmalarla kıyaslanması 44

SEMBOL LİSTESİ

x,y,z	koordinat eksenleri
U,V,W	plağa ait herhangi bir noktanın x,y,z yönlerinde yer değiştirmesi
u,v,w	plağın orta düzlemindeki bir noktanın x,y,z yönlerinde yer değiştirmesi
ε	genleme
U_G	genleme potansiyel enerjisi
T	kinetik enerji
ρ_0	malzeme yoğunluğu
W_p	düşey kuvvetlerin potansiyel enerjisi
V	potansiyel enerji
N	kuvvet bileşeni
M	moment bileşeni
ω	dairesel frekans
R	boyut oranı
m,n	yarı dalga sayıları
Ω	boyutsuz frekans parametresi
k	x ve y yönünde düzlem içi kuvvetlerin oranı
λ	karakteristik denklemin kökleri
L_x, L_y	plak boyutları

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bu bölümde öncelikle, incelenen problemin öneminden bahsedilecek daha sonra önceki çalışmalara değinilecektir. Son kısımda çalışmanın amacı ve içeriğinden bahsedilecektir.

1.1. Problem ve önemi

Elektronik, optik, otomotiv, tekstil, uzay-havacılık, tıp gibi birçok alanda nanoteknolojik çalışmalar yürütülmekte olup bu çalışmaların sonuçları ticari olarak kullanılmaya başlanmıştır. Nano ölçekte deney yapılması hem çok güç hem de pahalı olduğundan bu nano yapıların analizleri için teorik modeller geliştirilmektedir.

Nano boyuttaki yapıların analizinde genelde, moleküler dinamik, sürekli ortam modelleri ve hibrit modeller kullanılmaktadır. Bu modellerden moleküler dinamik modelleme en güvenilir sonuçlar vermesine rağmen hesaplama kısıtlamaları sebebiyle kullanımı sınırlıdır. Sürekli ortam modelleri nano boyuttaki yapıların modellenmesinde farklı araştırmacılar tarafından kullanılmıştır. Ancak nano boyutlarda klasik sürekli ortam modelinin kullanılmasının sorgulanması gerektiği sonucuna varılmıştır. Bu sebeple Eringen (1982), tarafından önerilen yerel olmayan elastisite teorisinin kullanılması yoluna gidilmiştir.

Plaklar pek çok uygulamada kullanılan önemli yapı elemanlarından birisidir. Makro ölçekte farklı malzemeden yapılmış plakların statik ve dinamik davranışları üzerine yapılan pek çok çalışma mevcuttur. Nano ölçekteki plaklar mikro ve nano

elektro mekanik sistemlerde (MEMS-NEMS) kullanılmaktadır. Yapı elemanlarının boyutlarının nano mertebelere inmesiyle birlikte klasik elastisite teorisinin geçerliliği sorgulanmaktadır. Onun yerine yerel olmayan elastisite teorileri kullanılmaktadır.

Nano plak yapıların statik ve dinamik davranışı üzerine yapılmış çalışmalar oldukça azdır. Bu çalışmada literatürdeki bu boşluğu gidermek amacıyla nano ölçekteki dikdörtgen plakların çökme, burkulma ve serbest titreşimi yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak incelenecektir. Öncelikle nano plakların statik ve dinamik davranışlarına ait yönetici denklemler, virtüel işler prensibi kullanılarak elde edilecektir. Ardından tüm kenarları basit desteklenmiş plakaların çökme, burkulma ve serbest titreşim problemi **Navier tipi çözüm yöntemi** kullanılarak analitik olarak incelenecektir. Daha genel sınır şartlarından karşılıklı iki kenarı basit destekli geriye kalan iki kenarı istenildiği gibi seçilen plaklar için **Levy tipi çözüm yöntemi** kullanılacaktır. Yukarıda anılan tüm çözümler için parametrik incelemeler yapılarak yerel ve yerel olmayan elastisitedeki farklar ortaya konulacaktır.

1.2. Önceki çalışmalar

Mikro ve nanoelektromekanik sistemlerde (MEMS ve NEMS) ve bazı cihazlarda örneğin ince bir film elemanına benzeyen bazı mekanik parçalarda (Freund, vd. 2003) nano levha resonatörlerde (Bunch, vd., 2007), (Lobintiu, vd., 2006) iki boyutta askıda nano yapılar (Tighe, vd., 1997) ve iki boyutlu plağa benzer yapılar modellenebilmektedir.

Grafit levhaların klasik elastisite teorisiyle titreşim analizi Behfar ve Naghdabadi (2005) tarafından çalışılmıştır. Bu çalışmada birbirine van der Waals kuvvetleriyle bağlanmış iki grafit tabakanın basit mesnetli durumdaki titreşimi incelenmiştir.

Başka bir çalışmada yine klasik sürekli ortamlar temelinde elastik bir ortama gömülü bir plak modeli ile çok tabakalı grafit levhanın titreşim davranışını Liew ve arkadaşları (2006) tarafından çalışılmıştır.

Nanoyapılar konusunda grafit Sakhaee-Pour (2008) tarafından çalışılmıştır. Bu çalışmalarda grafit levhaların burkulması, kütle ve genleme sensörü olarak kullanılması detaylı olarak incelenmiştir. **Bu çalışmalarda moleküler mekanik yöntem ile elde edilen sonuçlar sürekli ortam modelleriyle kıyaslanmış ve iki model arasında iyi bir uyum olduğu gözlenmiştir.**

Son yıllarda artan nanoteknolojik gelişmeler ışığında mikro ve nano yapıların daha gerçekçi modellerinin yapılması yönündeki çalışmalar artmıştır. Nano plaklara ait daha gerçekçi bir sürekli ortam modeli **Yerel Olmayan Elastisite Teorisi** kullanılarak elde edilmeye çalışılmaktadır. Boyuta bağlı sürekli ortam teorileri son yıllarda mikro ve nano teknolojinin hızla gelişmesi ile birlikte çok küçük boyutta mekanik yapıların analiz ve modellenmesine kullanılmaya başlanmıştır. Bu modeller arasında yerel olmayan türev modeli Papargyri-Bescou vd. (2007), Giannakopoulos K. vd. (2007), Teneketzis Tenek L. vd. (2001), Lazopoulos (2004) ve Eringen (1983, 2002)'in integral modeli sayılabilir.

Yerel olmayan elastisite teorisinde sürekli ortam içindeki bir noktadaki gerilme sadece o noktadaki genlemenin değil ortama ait tüm noktalardaki genlemelerin fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır.

Integral tipi yerel olmayan elastisite teorisinin nano plak yapılara uygulaması ilk olarak Lu vd. (2007) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada tüm kenarları basit desteklenmiş nano plakların çökme ve titreşim davranışı yerel olmayan klasik plak teorisi ve birinci mertebe kayma deformasyon teorileri çerçevesinde incelenmiştir.

Reddy (2007), Euler-Bernoulli, Timoshenko, Reddy, and Levinson kiriş teorilerini yerel olmayan elastisite teorisini kullanarak yeniden formüle etmiştir. Elde edilen denklemler, tüm kenarları basit destekli kirişlerin çökme, burkulma ve serbest titreşim problemleri için çözülmüştür. Elde edilen sonuçlardan yerel olmayan elastisitenin kullanılması ile serbest titreşim frekanslarının ve kritik burkulma yüklerinin düştüğü, öte yandan çökme değerlerinin arttığını gözlenmiştir.

Nano plakların klasik plak teorisi (KPT) ve birinci mertebe kayma deformasyon teorisi (BMKDT) kapsamında yerel olmayan elastisite ile formülasyonu Pradhan ve

Phadikar (2009) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, basit destekli sınır koşullarına sahip nanoplakların titreşimi Navier çözüm yöntemiyle incelenmiştir.

Aydoğdu (2009) bir çalışmasında yerel olmayan elastik çubuk modelini nano çubukların eksenel titreşimine uygulamıştır. Ankastre-serbest ve ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip nano çubukların eksenel titreşimi yerel olmayan elastisite teorisi kapsamında incelenmiştir. Yerel olmayan elastisite teorisiyle klasik elastisite teorisine göre daha düşük frekans değerleri elde edilmiştir.

Tepe (2007)' de yaptığı doktora tez çalışmasında yerel olmayan elastisite çerçevesinde başlangıç değer yöntemi kullanılarak elastik yarı düzlem üzerinde olan bir çubuğun gerilme bileşenleri ve yer değiştirmeleri hesaplanmıştır. Kritik şekil değiştirmelerde küçük uzunluk ölçeğinin önemini incelemek için yerel olmayan gerilme şekil değiştirmeler yerel gerilme ve şekil değiştirmelerle karşılaştırılmıştır. Klasik elastisite teorisi atomik boyutta olguları açıklamakta yetersiz kaldığı için nano malzemelerin yerel modelleri yanıltıcı, yetersiz ve hatalı olabilmiş olduğunu görülmüştür. Sonuçlar nano yapıların mekanik davranışlarını anlamada yerel olmayan elastisitenin daha güçlü olduğunu ve yerel olmayan etkilerin nano teknolojide önemli olduğunu açıklamıştır.

Yukarıda anılan çalışmalar incelendiğinde nanoplakların statik ve dinamik davranışlarının incelenmesinde klasik elastisite teorisinin bazı çalışmalarda kullanıldığı görülmektedir. **Karbon nanotüplerin sürekli ortam teorileriyle modellenmesinde kullanılan yerel olmayan elastisite modellerinin nanoplaklara uygulandığı çalışmalar sınırlıdır. Bu çalışmada literatürdeki bu boşluk giderilmeye çalışılacaktır.**

1.3. Tezin önemi, kapsamı ve gerekçesi

Son bilimsel gelişmeler yakın gelecekte mikro ve nano düzeydeki çalışmaların önem kazanacağını göstermiştir. Uzay-havacılık, optik, otomotiv, tekstil, tıp gibi pek

çok alanda nano teknolojik çalışmalar yürütülmekte olup bu çalışmaların sonuçları ticari olarak ta kullanılmaya başlanmıştır.

Plaklar pek çok uygulama da kullanılan önemli yapı elemanlarından birisidir. Makro ölçekte farklı malzemeden yapılmış plakaların statik ve dinamik davranışları üzerine yapılan çalışmalar çok fazladır. Yapı elemanlarının boyutlarını küçülmesiyle birlikte klasik elastisite teorisi geçerliliğini yitirmektedir. Onun yerine yerel olmayan elastisite teorileri kullanılmaya başlanmıştır. Bu sebeple bu çalışmada gelecekte önemli uygulama alanına sahip olacağı düşünülen mikro ve nano plakların statik ve dinamik davranışları yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak incelenecektir.

Öncelikle plakların dinamik ve statik davranışını yöneten denklemler varyasyonel prensipler kullanılarak elde edilecektir. Elde edilen denklemler kullanılarak farklı sınır şartlarındaki nano plakların çökme, burkulma ve serbest titreşim davranışları parametrik olarak incelenecektir. Tüm kenarları basit destekli olan plakların çözümlerinde Navier tipi çözüm yöntemi kullanılırken, karşılıklı iki kenarı basit destekli diğer kenarları keyfi seçilen plakların yönetici denklemlerinin çözümünde Levy tipi çözüm yöntemi kullanılacaktır. Farklı parametrelerin çökme, burkulma ve serbest titreşim davranışları üzerindeki etkileri araştırılacaktır.

BÖLÜM 2

NANOTEKNOLOJİ

2.1.Giriş

Bu bölümde, nano teknoloji hakkında bilgi verilecek ve farklı nano yapıların özellikleri ve kullanım yerleri kısaca tanıtılacaktır.

2.2.Nanoteknoloji

Çağımızda, boyutları giderek küçülen araç-gereç ve üretim montaj ürünleri giderek artmaktadır. Neredeyse, bu doğal bir süreç olarak algılanmaya başlanmıştır. Tabi ki nanoteknoloji denince aklımıza hep daha küçük günlük kulanım araçları gelmektedir. Ama bunlar bile düşünüldüğünde nanoteknoloji makroskobik olarak düşünülmektedir. Teknolojinin sürekli gelişmesi sebebiyle, önümüzdeki birkaç yıl içinde kullanılan her şeyin artık nano ve mikro boyutta olacağına kuşku yoktur. Nanoteknoloji alanındaki ilerlemeler atomları bir araya getirmekle kalmayıp nano boyutta birçok malzemenin biçimini ve boyutlarını kontrol etme imkanı sağlamıştır. Araştırmacılar nano boyuttaki malzemeleri geniş yüzeyleri nedeniyle kimyasal tepkimeler için katalizör durumuna getirmeye çalışmaktadır.

2.2.1.Karbon nanoyapılar

Karbon elementi canlıların temel yapıtaşıdır. Yapısında karbon içermeyen hiçbir canlı varlık yoktur. Karbon, nano yapı ve sistemleri gelecekteki önemli yapı taşlarından

biri olacaktır ve rakipsizdir. Karbon üç boyutlu (3B) yarı iletken elmas yapıdan, iki boyutlu (2B) yarı metalik grafite, bir boyutlu iletken ve yarı iletken nano tüplere ve sıfır

boyutlu (0B) nano toplara kadar farklı kararlı yapıda birçok yapıya sahip bir elementtir. Karbonun 1B ve 0B yapıları nanometre düzeyinde oldukları için bu sistemlere nanotüpler ve nanotoplar denmektedir. Nanotüp ve nanotopların elektronikten biyolojiye ileri malzemelerden tıpa kadar birçok uygulaması vardır. Nanotoplar optik sınırlayıcı olarakta kullanılmaktadır. Bunlar, malzemeleri aşırı ışıktan korumada kullanılmaktadır. Karbon toplar içeren nanotoplar fotodiyot ve transistör olarak güneş pillerinde kullanılmaktadır. Karbon nanotop katkılı ince polimerlerin farklı kırılma özelliği onları önemli optik uygulamaların önemli bir parçası haline getirmiştir. Oksitlenmeye karşı iyi koruyucu dirençleri sayesinde karbon nanotoplar yüzey kaplama malzemesi olarak kullanılmaktadır.

Karbon nanotoplar hidrojen depolamada ve yüksek enerjili pil yapımında, ayrıca iki önemli malzeme arasında sürtünmeyi azaltıcı olarak da kullanılmaktadır. Karşımıza çıkan diğer uygulama alanlarından birisi de duyarlı algılayıcılar ve süper iletken malzemelerdir. (Erkoç, 2001)

2.2.2. Karbonun Çeşitli yapıları

Elmas: Karbonun çok iyi bilinen kristalidir. Atomlar birbirine sp3 şeklinde bağlıdır.

Grafit: Karbonun bilinen bir diğer kristalidir. Atomlar birbirine sp2 şeklinde bağlıdır. Doğal ortamda bulunabildiği gibi laboratuar ortamında da üretilebilir. Buna ‘’kish’’ grafit denir.

Karbon fiberler: Grafit özellikli içi dolu silindir şeklindeki yüksek mekanik özellikli yapılardır.

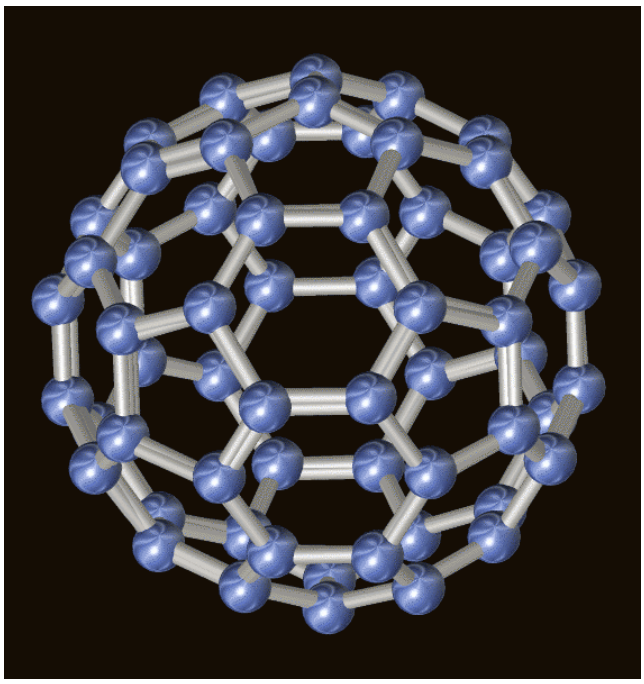
Siyah karbon: Genellikle hidrokarbonlardan karbon çıkarılması ile elde edilen karbon topaklarına verilen addır. Üretilme şartlarına göre farklı isimler alır. Endüstride bazı malzemelerin mekanik, elektrik ve optik özelliklerini düzenlemek için bir dolgu maddesi olarak kullanılır.

Karbin ve karbolitler: Zincir ve polimer şeklindeki bu yapılar genellikle hızlı soğutma işlemlerinden sonra meydana gelebilir. Kristal yapıda olan karbinler sert bir yapıya sahiptir.

Amorf karbon: Uzun mesafeli kısa olmayan genellikle düzensiz yapıda oluşan karbon malzemedir.

Sıvı karbon: Elmas grafit ve başka yapılardan eritilerek elde edilen (4450K) metal özelliği fazla olan bir maddedir.

2.2.2.1.Karbon nanotoplar

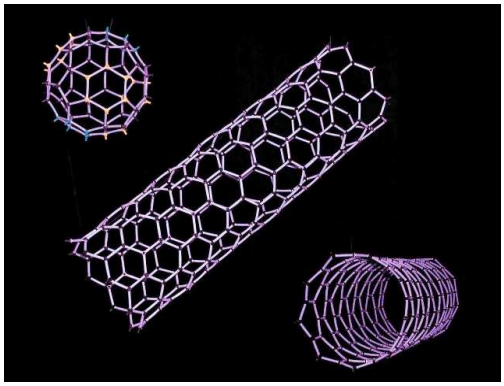


Şekil 2.1. Karbon nanotop (http:// nanopedia.case.edu)

Karbonun top şeklinde kafes yapılar oluşturabileceği ilk kez 1966 yılında D.E.H Jones tarafından ortaya atılan düşünce o zamanlar bilim çevrelerince pek ilgi görmemiştir. 1970 yılında E. Osawa kase şeklinde ‘’coranulene’’ molekülünü sentezledikten sonra bu moleküllerden bir kaçını bir araya getirilmesiyle top şeklinde bir kafes yapının oluşturulabileceği fikri ortaya atılmıştır. 1984 yılında R.E. Smalley ve

arkadaşları, grafit kristalinin lazerle buharlaştırdıktan sonra karbon atomlarının topaklar halinde farklı büyüklükte top biçiminde yapılar oluşturulduğu fark etmişlerdir. Sonunda 1985 yılında H.W. Kroto, R.E. Smalley ve arkadaşları oluşan grup karbontopları izole etmeyi başararak karbon nanotopların yapılarının tümünün bilinmesiyle ilgili ilk adımı attılar. Bu da onlara 1996 Nobel ödülünü getirmiştir.(Bilim ve Teknik dergisi sayı 398)

2.2.2.2.Karbon nanotüpler



Şekil 2.2.Karbon yapılar (http://courses.cit.cornell.edu).

Karbonun tüp şeklinde olabileceği ilk olarak 1991 yılında Iijima tarafından deneysel olarak fark edildi. Grafitten ark buharlaştırma yöntemiyle elde edilen tüpler grafit plakasının kıvrılarak silindir şekline getirilmesiyle oluştuğu kabul edilen yapılardır. Farklı boy ve çaptaki bu yapıların uçları açık veya kapalı olabilmektedir. Duvarlarıysa ya tek yada iç içe geçmiş silindirler halinde çok duvarlı olabilir. Karbon nanotüpler geometrilerine bağlı olarak yarı iletken ve metalik özellik gösterir. Karbon nanotüpler hiçbir katkı maddesi olmadan sadece nanotüpün geometrik parametrelerinin değiştirilmesi yoluyla elektronik özelliklerinin değiştirilebilir olması ve uygun başka malzemeler katılarak yeni malzemelerin üretilmesi de mümkün olabilmektedir. Karbon nanotüpler elektronik aygıt olarak hafıza elemanı, kapasitör, transsitör, mantık devresi olarak kullanılmaktadır. Bunların yanında karbon nanotüpler bilinen en sağlam malzeme özelliğine sahiptir. Hasarsız bir karbon nanotüp kendisinin 300 milyon katı ağırlığa dayanabilecek sağlamlıktadır. Bu sağlamlıkta başka bir malzeme yoktur.

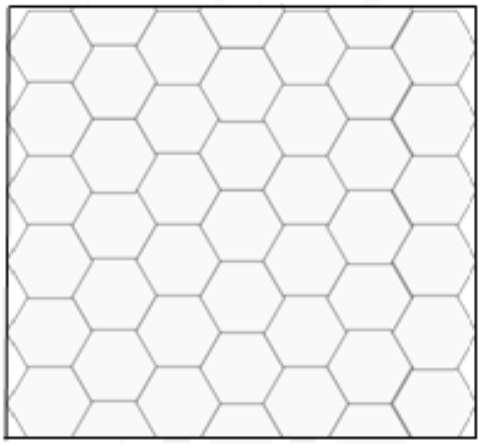
2.2.2.3.Karbon nanoçubuklar

İçi tamamen veya kısmen dolu tüp yapılardan oluşmaktadır. İki tüp arasındaki uzaklık genellikle karbonu oluşturan atomlar arasındaki bağ uzaklığından fazladır. Bu yapıların esnekliği tüplere göre daha az ve tek duvarlı tüplerden farklı mekanik ve elektronik özellikler göstermektedir.

2.2.2.4.Karbon nanohalkalar

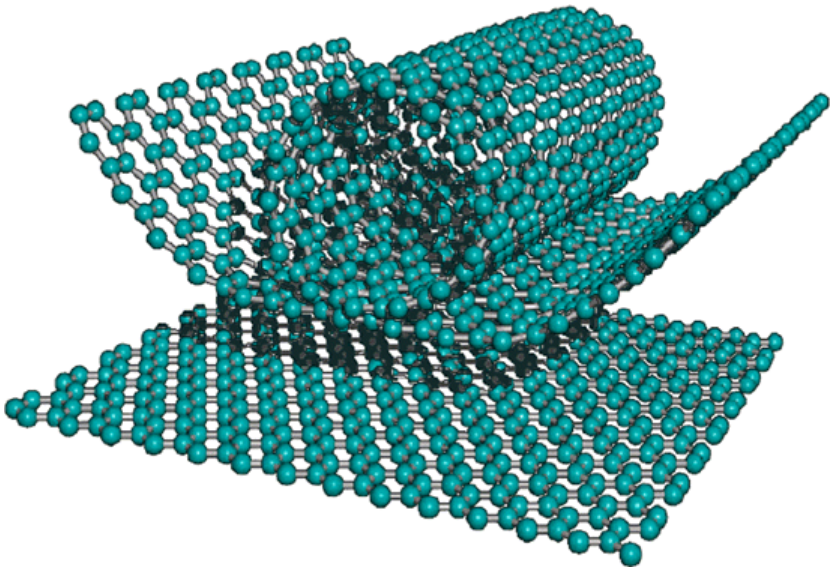
Karbon tüplerin iki ucu birleştirilerek halka şeklinde yapıların oluşturulması söz konusudur. Çalışmalar şu an teoriktir. Farklı iç ve dış çaplı halkalarla çok farklı halka modelleri oluşturabilmek mümkündür. Her farklı halkanın farklı özellikler göstereceği de bilinmektedir.

2.3. Grafit levha



Şekil 2.3. Grafit levha

Karbon periyodik tablonun en çok ilgi çeken elementlerinden biridir. Bunlardan bazıları yıllardan beri bilinen üç boyutlu (3D) elmas ve iki boyutlu (2D) grafit, 10-20 yıl içinde de boyutsuz (0D) fulleren ve tek boyutlu (1D) karbon nano tüplerdir.



Şekil 2.4. Grafit levha ve sembolik karbon nanotüp oluşturulması

İki boyutlu (2D) olan grafitin yeni allotropik formu 2004'te keşfedilmiştir. Bu madde yoğun madde fiziği ve malzeme bilimine hızlı bir şekilde girmesiyle yeni bir anlayış getirmiştir. Bunun yanı sıra nanografitler ayrıca polycyclic aromatic hydrocarbon (PAHs) da bilime hizmet vermeye başlamıştır. Bu yeni malzeme kısa bir geçmişine rağmen yüksek elektronik kalitesi dışında yeni fizik ve bir çok potansiyel uygulamada öne çıkmaya başlamıştır.

Grafit, yalnızca bir levha tabaka kalınlığında karbon atomlarının oluşturduğu malzemedir. (Katsnelson, vd., 2007) Bu bağlamda düşük boyutlu fiziksel çalışmalarda beklendiği üzere uygulamalarda da yararlı bir yer sağlamaya devam etti.(Geim, 2007)

Grafit levhanın büyük rijitliği ve düşük yoğunluğu onu nanoelektromekanik sistemler (NEMS) için ideal bir malzeme yapmıştır. Nano boyutta malzemenin kütle ve sıcaklığını test etmek için tek tabaka grafit resonatörler ve elektriksel tek tabakalı sistemler üretilirler.

BÖLÜM 3

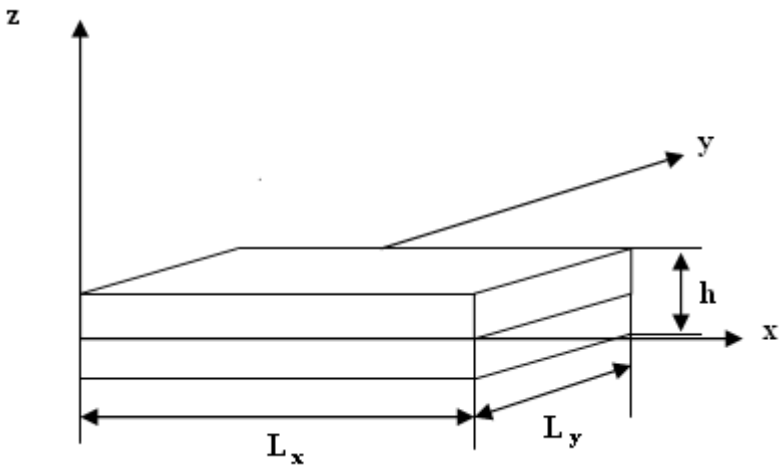
NANO PLAKLARIN ÇÖKME, BURKULMA VE SERBEST TİTREŞİM DENKLEMLERİ

3.1. Giriş

Bu bölümde, nano ölçekteki bir plağın yerel olmayan elastisite teorisi kapsamında statik ve dinamik davranışlarını yönetici denklemler ve sınır şartları elde edilecektir. Yerel olmayan elastisite sebebiyle ortaya çıkan boyut etkisi nano plakların yönetici denklemlerinin elde edilmesi aşamasında doğrudan ortaya çıkmamaktadır. Bu etkilerin denklemlere katılması dördüncü bölümde açıklanacaktır.

3.2. Analiz

Bu çalışmada kullanılacak olan plak geometrisi ve koordinat sistemi Şekil 3.1'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Plak geometrisi ve koordinat sistemi

Klasik plak teorisine ait yer değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir (Gibson, 1994).

$$\begin{aligned} U(x,y,z;t) &= u(x,y;t) - zw_{,x}, \\ V(x,y,z,t) &= v(x,y,t) - zw_{,y}, \\ W(x,y,t) &= w(x,y,t) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Burada, U, V *ve* W sırasıyla x, y ve z yönlerinde plağa ait herhangi bir noktanın yer değiştirmesini, u, v ve w ise orta düzlemdeki bir noktanın yine x, y ve z yönlerindeki yer değiştirmelerini ve virgülden sonra gelen alt indisler ilgili harfe göre kısmi türevleri göstermektedir. Lineer elastisite teorisi ve klasik plak teorisi (düşey yöndeki normal ve kayma genlemeleri ihmal edilmektedir) kapsamında genleme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= u_{,x} - zw_{,xx} \\ \varepsilon_{yy} &= v_{,x} - zw_{,yy} \\ \varepsilon_{zz} &= 0 \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2}\left(u_{,y} + v_{,x} - 2zw_{,xy}\right) \\ \varepsilon_{xz} &= 0 \\ \varepsilon_{yz} &= 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Nano plaklara ait çökme, burkulma ve serbest titreşim denklemleri Minimum Potansiyel Enerji ve Hamilton Prensipleri kullanılarak elde edilecektir. Bu kapsamda öncelikle nanoplağa ait enerji ifadeleri tanımlanacaktır.

Elastik bir cismin Genleme Potansiyel Enerjisi (Langhaar,1962):

$$U_G = \frac{1}{2}\iiint_V (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xz}\varepsilon_{xz} + \tau_{yz}\varepsilon_{yz} + \tau_{xy}\varepsilon_{xy})dxdydz \tag{3.3}$$

eşitliği ile verilir. Burada σ_i (i=x,y,z) normal gerilmeleri ve τ_{kl} (k,l=x,y,z) kayma gerilmelerini göstermektedir.

Kinetik enerji (Langhaar,1962):

$$T = \frac{1}{2}\iiint_V \rho_0 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2 \right] dxdydz \tag{3.4}$$

şeklinde tanımlanır. Burada ρ_0 malzeme yoğunluğunu göstermektedir

Plağa etkiyen düşey kuvvetlerin potansiyel enerjisi (Timoshenko ve Gere, 1963):

$$W_p = -\iint_A qwdxdy \tag{3.5}$$

Burada q (x,y) plağa birim alan başına etkiyen düşey kuvveti göstermektedir. Düzlem-içi dış kuvvetlerin oluşturduğu w çökmesinin meydana getirdiği potansiyel enerji ise (Timoshenko ve Gere, 1963):

$$V = \iint_A \left(N_x^d w^2{}_{,x} + N_y^d w_{,y}^2 + 2N_{xy}^d w_{,x} w_{,y} \right) dxdy \tag{3.6}$$

şeklinde verilir. Bu eşitlikteki N_x^d , N_y^d ve N_{xy}^d burkulma öncesi plağa etkiyen düzlem içi dış kuvvetleri göstermektedir.

Plağa ait yönetici denklemler virtüel yerdeğiştirme prensibi yardımı ile

$$\int_{t_0}^{t_1}(\delta U_G + \delta V + \delta W - \delta T)dt = 0 \tag{3.7}$$

formunda yazılabilir.

Burada δ varyasyon sembolüdür. Eğer $T = 0$ alınırsa sadece burkulma problemi $W = V = 0$ alınırsa sadece serbest titreşim problemini yöneten denklemler elde edilir.

Örnek olarak (3.7) eşitliğinde ilk terimin varyasyonu gösterilecektir. Bu amaçla terimdeki ε_x genlemesi (3.1) ve (3.2) nolu ifadelerle verilen yerdeğiştirme bileşenleri türevleri cinsinden yazılırsa

$$\iiint_V \sigma_x \delta\varepsilon_x dV = \iiint_V \sigma_x \delta(u_{,x} - zw_{,xx})dxdydz \tag{3.8}$$

elde edilebilir. Kuvvet ve moment bileşenleri cinsinden,

$$\iiint_V \sigma_x \delta\varepsilon_x dV = \int_0^{L_x}\int_0^{L_y}(N_x \delta u_{,x} - M_x \delta w_{,xx})dxdy \tag{3.9}$$

formunda yazılabilir. Burada kuvvet ve moment bileşenleri,

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \qquad , \qquad M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \tag{3.10}$$

şeklinde tanımlanır.

(3.9) denkleminde kısmi integrasyonlar uygulanırsa aşağıdaki gibi yüzey ve eğrisel integraller elde edilir.

$$\int_0^b N_x \delta u dy - \int_0^{L_x}\int_0^{L_y} N_{x,x} \delta u dydx - ..... \tag{3.11}$$

Aynı varyasyonel işlemler diğer terimlere uygulanıp ortaya çıkan integraller δu, δv ve δw varyasyonları cinsinden gruplanıp sıfıra eşitlenirse yüzey integrallerinden nanoplağa ait yönetici denklemler aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\frac{\partial N_x}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}=\rho_0\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$
$$\frac{\partial N_y}{\partial y}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}=\rho_0\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad (3.12)$$
$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}=\rho_0\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\rho_2\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial t^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^2\partial t^2}\right)$$
$$+N_x w_{,xx}+N_y w_{,yy}+2N_{xy}w_{xy}$$

Burada ρ_i lar,

$$\rho_i=\int_{-h/2}^{h/2}\rho.z^i dz \quad , \quad (i=0,2) \qquad (3.13)$$

şeklinde tanımlanmaktadır

(3.8) eşitliklerinde görülen kuvvet ve moment bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\left(N_x,N_y,N_{xy}\right)=\int_{-h/2}^{h/2}\left(\sigma_x,\sigma_y,\tau_{xy}\right)dz \qquad \left(M_x,M_y,M_{xy}\right)=\int_{-h/2}^{h/2}\left(\sigma_x,\sigma_y,\tau_{xy}\right).z.dz \qquad (3.14)$$

Sadece burkulma probleminin incelendiği durumlarda (3.12) denklemindeki ρ ların tümü sıfır alınır. Eğer sadece serbest titreşim problemi incelenecekse yine aynı eşitlikte $N_x^d=N_y^d=N_{xy}^d=0$ alınmalıdır.

3.3. Sınır Şartları

Eşitlik (3.7)'nin çözülmesi sonucunda ortaya çıkan eğrisel integraller aşağıdaki sınır şartlarını verir. Bu sınır şartlarından yer değiştirme bileşenleri (çökme ve dönmeler) ile ilgili olanlar geometrik sınır şartları, kuvvet ve moment bileşenleri ise doğal sınır şartlarını adını almaktadır.

$x=L_x$, sabit kenarı için sınır şartı,

Basit destekli (B): $N_x = v = w = M_x = 0$

Ankastre destekli (A): $u = v = w = w_{,x} = 0$

Serbest (S): $N_x = N_{xy} = M_x = M_{x,x} + 2M_{xy,y} = 0$

$y=L_y$, sabit kenarı için sınır şartı ise,

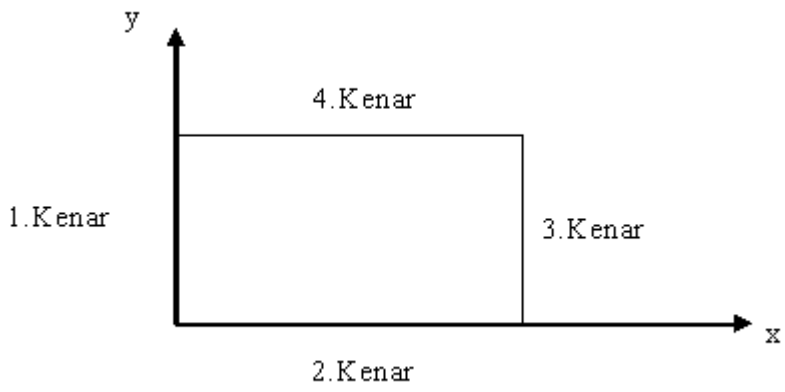
Basit destekli (B): $N_y = u = w = M_y = 0$

Ankastre destekli (A): $u = v = w = w_{,y} = 0$

Serbest (S): $N_y = N_{xy} = M_y = M_{y,y} + 2M_{xy,x} = 0$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Bu çalışmada sınır şartlarının isimlendirilmesi aşağıdaki şekildeki gibi kenar isimlerinin sırasıyla belirtilecektir



Şekil 3.2. Kenar gösterim sırasının şematik gösterimi

Bu bölümde çökme, burkulma, titreşim yönetici denklemleri ve sınır şartları elde edildi. İlerleyen bölümlerde bu denklemlerle ilgili problemler çözülecektir. Basit destekli durumda ‘B’ ile kısaltılacak ve ankastre destekli ise ‘A’ harfi ile kısaltmalar yapılacaktır. Örneğin tüm kenarları basit destekli olan plak BBBB şeklinde adlandırılırken, BABA, 1 ve 3 kenarları basit, 2 ve 4 kenarları ankastre plak anlamına gelmektedir.

BÖLÜM 4

YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİ İLE NANO PLAKLARIN STATİK VE DİNAMİK DAVRANIŞLARINI YÖNETEN DENKLEMLERİN ELDE EDİLMESİ

4.1.Giriş

Bu bölümde yerel olmayan elastisite teorisine ait yönetici denklemler kullanılarak nano plaklar için yönetici denklemler elde edilecektir.

4.2. Analiz

Plak boyutlarının belli bir değerin altında olmasıyla klasik elastisite teorisinin geçerliliği sorgulanmaktadır. Bu durumda, klasik sürekli ortam ile moleküler dinamik simülasyonu birleştirme yollarına gidilmektedir. Bu anlamda yapılan ilk çalışmalar arasında Eringen (1982,2002) ve arkadaşlarının yaptığı çalışmalar gösterilebilir. Yerel olmayan elastisite olarak adlandırılan bu yeni yaklaşımda, bir noktadaki gerilme sadece bu noktadaki genlemenin değil tüm cisim içinde mevcut genlemelerin bir fonksiyonu olarak düşünülmektedir. Bu teoriye ait gerilme tansörü klasik elastisiteye ait gerilme tansörü cinsinden aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\left(1-\mu\nabla^2\right)\sigma = S \tag{4.1}$$

Burada S klasik elastisite teorisindeki gerilme tansörünü, $\mu=(e_0.a)^2$ yerel olmayan elastisite parametresi ∇^2 ise Laplasiyeni göstermektedir. a, iç karakteristik uzunluğu ve e_0 ise bir sabiti göstermektedir. (e_0.a) nın seçimi yerel olmayan elastisite modelinin geçerliliğini sağlamak için önemli bir noktadır. Bu parametre atomik modeller üzerine dispersiyon bağıntısının karşılaştırılması ile bulunan bir niceliktir.

S klasik gerilme tansörü ve tanımı aşağıdadır,

$$S=C:\varepsilon \tag{4.2}$$

Burada C dördüncü mertebe sertlik tansörünü, iki nokta ise nokta çarpımını, ε ise genleme tansörünü göstermektedir. Yerel olmayan gerilmeler genlemeler cinsinden aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix}-\mu\nabla^2\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}E/\left(1-\nu^2\right) & \nu E/\left(1-\nu^2\right) & 0\\ \nu E/\left(1-\nu^2\right) & E/\left(1-\nu^2\right) & 0\\ 0 & 0 & G\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix} \tag{4.3}$$

Burada E, G ve ν sırasıyla elastisite modülü, kayma modülü ve Poisson oranını göstermektedir. Eşitlik (4.1) ve (4.3) kullanılarak aşağıdaki gibi verilebilir.

Moment bileşenleri,

$$\begin{aligned}M_x-\mu\nabla^2M_x&=-D\left(\frac{\partial^2w^c}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2w^c}{\partial y^2}\right)\\ M_y-\mu\nabla^2M_y&=-D\left(\frac{\partial^2w^c}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2w^c}{\partial x^2}\right)\\ M_{xy}-\mu\nabla^2M_{xy}&=-D(1-\nu)\frac{\partial^2w^c}{\partial xy}\end{aligned} \tag{4.4}$$

Yer değiştirmeler cinsinden yerel olmayan elastisiteye ait nano plak yönetici denklemi izotrop malzeme için,

$$-D\nabla^4w=\left[1-\mu\nabla^2\right]\left[q+\rho\frac{\partial^2w}{\partial t^2}+N_x\frac{\partial^2w}{\partial x^2}+N_y\frac{\partial^2w}{\partial y^2}+N_{xy}\frac{\partial^2w}{\partial x\partial y}\right] \tag{4.5}$$

formunda yazılabilir.

Buradaki D plak eğilme rijitliği,

şeklinde tanımlanır.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{4.6}$$

(4.5) eşitliğinde μ=0 alındığında klasik elastisiteye ait plak denklemi elde edilmektedir.

5. BÖLÜM

DENKLEMLERİN ÇÖZÜMLERİ

5.1. Giriş

Bu bölümde, dördüncü bölümde nano plaklar için elde edilen denklemlerin çözümü yapılacaktır. Öncelikle elde edilen plak denklemleri tüm kenarları basit destekli durum için Navier tipi yöntem ile çözülecektir. Ardından daha sonra karşılıklı iki kenarı basit destekli diğer iki kenarı farklı mesnetli nano plakların statik ve dinamik davranışları Levy tipi çözüm yöntemiyle incelenecektir.

5.2. Basit destekli nano plakların Navier tipi çözüm yöntemi ile burkulması titreşimi ve çökmesi

Nano plakların burkulma ve titreşimi denklemi (4.5)' de q=0 alındığında elde edilir.

$$-D\nabla^4 w = \left[1-\mu\nabla^2\right]\left[\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+q\right] \tag{5.1}$$

Bu denklemine bazı sınır koşulları için analitik çözüm bulunabilir. Burada öncelikle Navier tipi çözüm yöntemiyle basit destekli nano plaklar incelenecektir.

5.2.1. Navier tipi çözüm yöntemi ile titreşim probleminin çözümü

Dört tarafı basit mesnetli durum (BBBB) için verilen sınır koşullarında Denk.(1)'in çözümü aşağıdaki gibi kabul edilebilir;

$$w(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}W_{mn}\sin m\pi x\sin n\pi y\sin \omega t \tag{5.2}$$

Burada m ve n sırasıyla x ve y yönündeki yarı dalga sayılarını ω ise dairesel frekansı göstermektedir. Denk.(5.2) Denk(5.1)'de yerine yazılarak $N_x=N_y=N_{xy}=0$ ve q=0 kabulü ile çözüldüğünde boyutsuz frekans parametresi,

$$\Omega^2=\frac{\alpha^4+2\alpha^2\beta^2R^2+\beta^4R^4}{1+\frac{\mu}{L_x{}^2}\left(\alpha^2+R^2\beta^2\right)} \tag{5.3}$$

şeklinde bulunur. Burada,

$\alpha=m\pi \quad ,\beta=n\pi$ formunda alınmıştır.

Burada boyutsuz frekans parametresi de,

$$\Omega^2=\frac{\rho\omega^2L_x{}^4}{D} \tag{5.4}$$

olarak tanımlanmıştır.

5.2.2. Navier tipi çözüm yöntemi ile burkulma probleminin çözümü

Burkulma probleminin çözümünde Denklem.(5.1) ve Denklem (5.2)'deki zamana bağlı terimler ihmal edilmektedir. Denk.(5.2) Denk (5.1) de yerine yazılırsa boyutsuz kritik burkulma yükü,

$$\overline{N}_x^e=\frac{\left[\alpha^4+2R^2\alpha^2\beta^2+R^4\beta^4\right]}{\alpha^2+kR^2\beta^2+\frac{\mu}{L_x{}^2}\left[\alpha^4+kR^4\beta^4+(1+k)R^2\alpha^2\beta^2\right]} \tag{5.5}$$

formunda elde edilebilir. Burada R boyut oranı k ise y yönünde düzlem-içi etkiyen x yönünde etkiyen düzlem içi kuvvetlere oranıdır. x ve y yönünde iki eksenli basma ve çekme durumları sırasıyla k=-1 ve k=1 olarak elde edilmektedir

$$\overline{N}_x^e = \frac{N_x^e a^2}{D}, \alpha = m\pi, \beta = n\pi, R = \frac{L_x}{L_y}, k = \frac{N_y^e}{N_x^e} \tag{5.6}$$

Burada R boyut oranı, k ise y yönünde düzlem-içi etkiyen kuvvetlerin x yönünde etkiyen düzlem-içi kuvvetlere oranıdır. x ve y yönünde iki eksenli basma ve çekme durumları sırasıyla k=-1 ve k=1 alınarak elde edilmektedir.

5.2.3. Navier tipi çözüm yöntemi ile çökme probleminin çözümü

Denklem (5.1)'de $N_x = N_y = N_{xy} = 0$ ve $\rho_0 = 0$ alındığında çökme problemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$D\left[\frac{1}{L_x^4}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{1}{L_x^2 L_y^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{L_y^4}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right] = q - \mu\frac{\partial^2 q}{\partial x^4} - \mu\frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \tag{5.7}$$

(5.7) denklemi boyutsuzlaştırılırsa aşağıdaki durum elde edilir.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2R^2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + R^4\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = Q - \frac{\kappa}{D}L_x^4\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - \frac{\kappa}{D}L_x^4\frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \tag{5.8}$$

Burada

$$R = \frac{L_x}{L_y}, Q = q\frac{L_x^4}{D}, \kappa = \frac{\mu}{L_x^2} \tag{5.9}$$

olarak tanımlanmıştır.

Bu çalışmada, basit destekli sınır şartı için sinüsoidal yükleme durumunda nanoplakların çökme davranışı incelenecektir. Yükleme aşağıdaki formda seçilmektedir.

$$q(x, y) = q_0 \sin m\pi x \sin n\pi y \tag{5.10}$$

burada q_0 yükün genliğini göstermektedir.

Denk.(5.2) ve Denk.(5.10) Denk.(5.9)'da yerine yazılırsa aşağıdaki çökme genliği elde edilir:

$$W = \frac{\frac{q_0 a^4}{D}\left[1 + \frac{\mu}{a^2}\alpha^2 + \frac{\mu}{b^2}\beta^2\right]}{\alpha^4 + 2\varepsilon^2\alpha^2\beta^2 + \varepsilon^4\beta^4} \tag{5.11}$$

(5.11) denklemlerinde $\mu = 0$ alındığında klasik elastisite sonuçlarının elde edilebileceği açıkça görülmektedir.

5.3. Levy tipi çözüm

Bir önceki bölümde açıklanan Navier yönteminden başka, karşılıklı iki kenarı basit destekli diğer kenarları keyfi biçimde destekli plakların çözümünde kullanılan diğer bir yöntemde Levy yöntemidir. Bu durumda çökme aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$w(x, y, z; t) = f(y)\sin\frac{m\pi}{L_x}x\sin\omega t \tag{5.12}$$

Eşitlik (5.12) ile (5.1) eşitlikleri bazı cebirsel manipülasyonlar yapıldıktan sonra aşağıdaki forma dönüşür.

$$-D\left[f^{IV} + 2\alpha^2 f^{II} + \alpha^4 f\right] = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \mu\left[\alpha^2 f - f^{II}\right]\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{5.13}$$

Burada üsler y 'ye göre türevi belirtir. Bu diferansiyel denklemin çözümü aşağıdaki gibi yazılabilir.

Eşitlik (5.12) ile (5.1) eşitlikleri zamana bağlı terimler ihmal edilerek Ω yerine N_x terimi yazılarak aşağıdaki şekle benzer çözüldüğünde kritik burkulma yükü değeri eldeedilebilmektedir.

(5.13) denkleminin genel çözümü aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$f(y) = A\cosh(\frac{\lambda_1 y}{L_x}) + B\sinh(\frac{\lambda_1 y}{L_x}) + C\cos(\frac{\lambda_2 y}{L_x}) + D\sin(\frac{\lambda_2 y}{L_x}) \tag{5.14}$$

Burada

$$\lambda_1 = -\sqrt{-\frac{1}{2\varepsilon^2}(\Omega^2\kappa - 2\alpha^2 + \Omega\sqrt{\Omega^2\kappa^2 + 4})} \tag{5.15}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{-\frac{\Omega^2\kappa - 2\alpha^2 + \Omega\sqrt{\Omega^2\kappa^2 + 4}}{2\varepsilon^2}} \tag{5.16}$$

olarak tanımlanmıştır.

Burada A,B,C,D katsayıları sınır şartlarından bulunur. Sınır şartlarını kullanılmasıyla elde edilen eşitlikler aşağıdaki sırayla verilmektedir.

BBBB durumunda,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cosh\lambda_1 & \sinh\lambda_1 & \cos\lambda_2 & \sin\lambda_2 \\ \lambda_1^2 & 0 & -\lambda_2^2 & 0 \\ \lambda_1^2\cosh\lambda_1 & \lambda_1^2\sinh\lambda_1 & -\lambda_2^2\cos\lambda_2 & -\lambda_2^2\sin\lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

BBBA durumunda,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cosh\lambda_1 & \sinh\lambda_1 & \cos\lambda_2 & \sin\lambda_2 \\ \lambda_1^{\,2} & 0 & -\lambda_2^{\,2} & 0 \\ \lambda_1\sinh\lambda_1 & \lambda_1\cosh\lambda_1 & -\lambda_2\sin\lambda_2 & \lambda_2\cos\lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

BABA durumunda,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cosh\lambda_1 & \sinh\lambda_1 & \cos\lambda_2 & \sin\lambda_2 \\ 0 & \lambda_1 & 0 & \lambda_2 \\ \lambda_1\sinh\lambda_1 & \lambda_1\cosh\lambda_1 & -\lambda_2\sin\lambda_2 & \lambda_2\cos\lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.19}$$

olarak elde edilir. Bu özdeğer problemleri farklı parametreler için çözülerek nano plakların statik ve dinamik davranışlarını bir sonraki bölümde incelenecektir

BÖLÜM 6

NÜMERİK SONUÇLAR

6.1.Giriş

Bu bölümde, 5. bölümde açıklanan çözüm yöntemleriyle nano plakların çökme, burkulma ve serbest titreşim davranışı için elde edilen sonuçlar sunulacaktır.

6.2. Nano plakların titreşimi

Bu çalışmada elde edilen sonuçları sunmadan önce, klasik plak teorisiyle elde edilen sonuçlar literatür ile kıyaslanacaktır. Çizelge 6.1. incelendiğinde literatür de mevcut önceki çalışmalara ait değerlerle iyi bir uyum olduğu gözlemlenmektedir.

Çizelge 6.1. Hesaplanan serbest titreşim freakans parametrelerinin diğer çalışmalarla karşılaştırılması.

Mod	**BBBB**		**BBBA**		**BABA**	
	Leissa	**Bu çalışma**	**Leissa**	**Bu çalışma**	**Leissa**	**Bu çalışma**
1	19.7392	19.739	23.6463	23.647	28.9509	28.950
2	49.3480	49.348	51.6743	51.674	54.7431	54.743
3	49.3480	49.348	58.6464	58.646	69.3270	69.328
4	78.9568	78.956	86.1345	86.135	94.5853	94.585

BBBB sınır şartı için boyutsuz frekans parametresinin mod sayısı, plak kenar uzunluğu ile değişimi şekil 1-24'te verilmiştir. Bu şekillere göre, plak kenar uzunluğu L_x azaldıkça Klasik Elastisite Teorisi (KET) ile Yerel Olmayan Elastisite Teorisi (YOET) arasındaki fark artmaktadır. Bu fark boyut faktörü R'nin artmasıyla daha da belirgin olmaktadır. Plak kenar uzunluğunun artmasıyla YOET ile elde edilen boyutsuz frekans parametresi değerleri KET ile elde edilen sonuçlara yakınsamaktadır. Bu plak uzunluğunun yaklaşık olarak $L_x > 30$ nm olduğu söylenebilir.

Plak sınır şartının yerel olmayan frekanslar üzerine etkisi sınırlardaki kısıtlamalar arttıkça örneğin ankastre kenar olduğunda yerel olmayan elastik etkiler daha önemli olmaktadır.

Genel olarak mod sayısı arttığında yerel olmayan elastisite etkileri önem kazanmaktadır. Bunun sebebi göz önüne alınan bir plak için artan mod sayısı ile dalga boyu küçülmekte ve malzemeye ait kritik uzunluklara ulaşılmaktadır.

Plak kenar uzunluğunun küçük değerleri için yerel olmayan etkiler yine önemli olmakta belirli bir kenar uzunluğundan sonra klasik elestisite sonuçlarına yakınsama olmaktadır. Bu kenar uzunluğu artan mod sayısı ve kenar kısıtlamalarının artmasıyla artmaktadır

Tüm kenarları basit destekli (BBBB) durumda kare plaklar için $\mu=4$ parametresi için $L_x=30$ iken frekans oranı 0,94 iken bir kenarı ankastre diğer kenarları (BBBA) 0,95 iki kenarı ankastre mesnetli durum için de yaklaşık 0,95 olmaktadır.

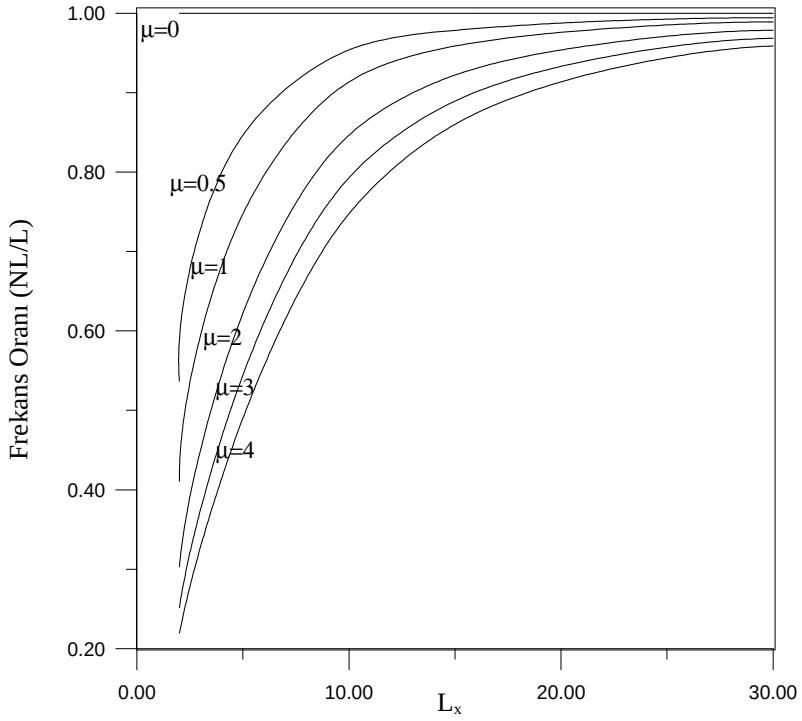
BBBB durumu için bir kare plak için mod sayıları arttıkça frekans oranları düşmektedir. Örneğin $\mu=4$ için $L_x=30$ da kare plak için (1,1) modunda 0,94 iken yine aynı μ değeri için (2,1) ve (1,2) modunda 0,88 olmaktadır. (2,2) modunda frekans oranı 0,83 olarak elde edilmiştir.

BBBB durumunda L_x/L_y=1 iken L_x=15 iken μ=2 için (1,1) durumunda frekans oranı 0,83 (2,1)ve (1,2) modunda frekans oranı 0,82 iken (2,2) modunda ise frekans oranı ise 0,76 olmaktadır.

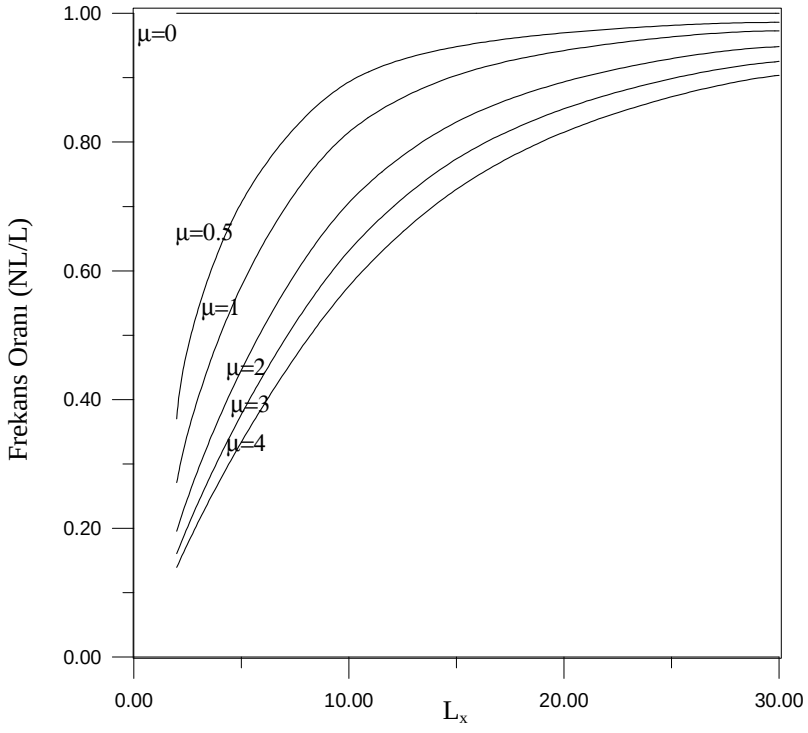
BBBA durumunda bir kare plak içinde μ=4, L_x=30 iken (1,1) modunda frekans oranı 0,95 iken (2,1)ve (1,2) modunda frekans oranı 0,90, (2,2) modunda da frekans 0,88 olmaktadır.

BABA durumunda kare plak için L_x/L_y=1 , L_x=20 ve μ=2 iken (1,1) modunda frekans oranı 0,95 iken (1,2) modunda frekans oranı 0.88,(2,1) modunda 0.83, (2,2) modunda 0.81 dir.

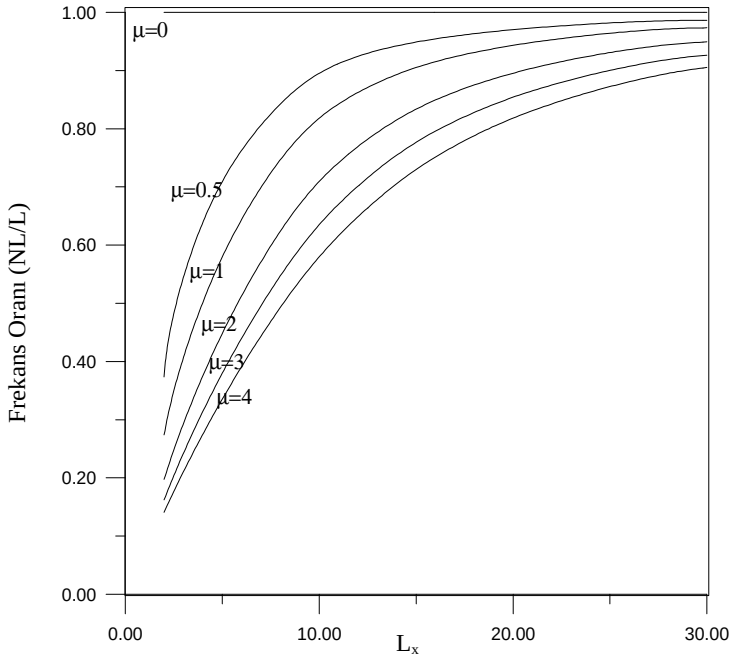
BABA durumunda mod sayıları arttıkça μ katsayısına göre eğriler birbirinden uzaklaşmaktadır.ve daha büyük değerlerde yerel elastisite değerine yaklaşabilmektedir.



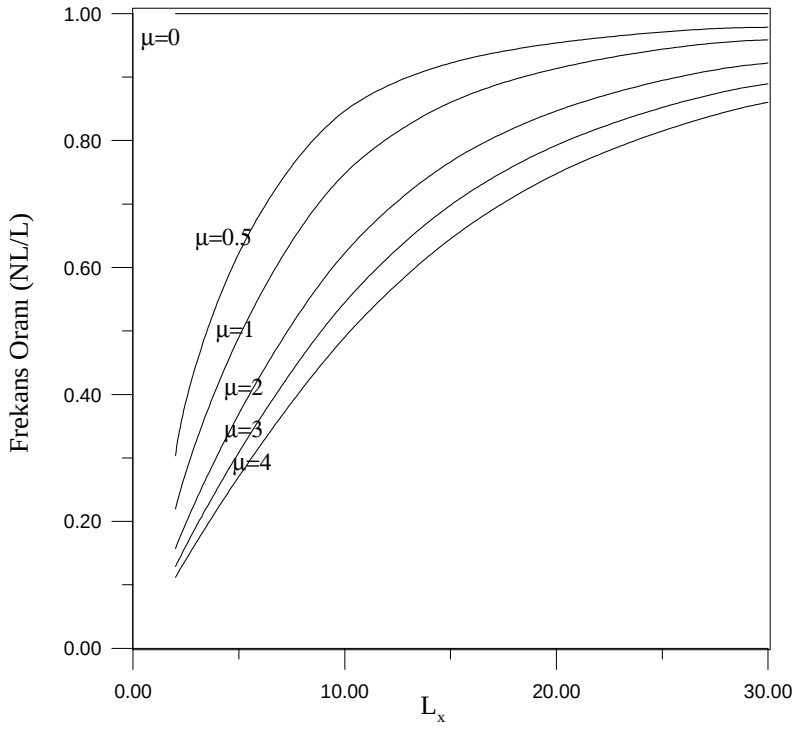
Şekil 6.1. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBB),(1,1)]



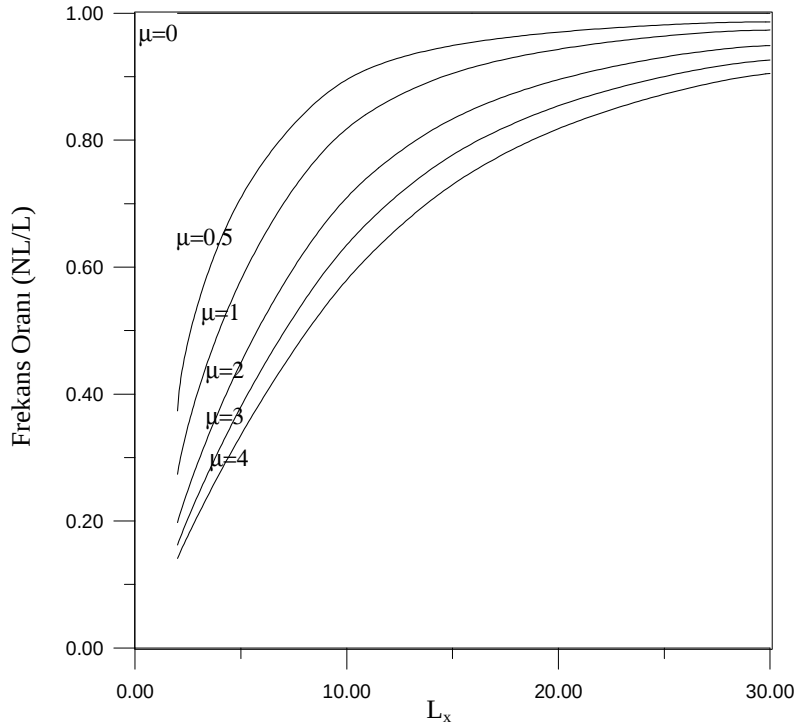
Şekil 6.2. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBB),(2,1)]



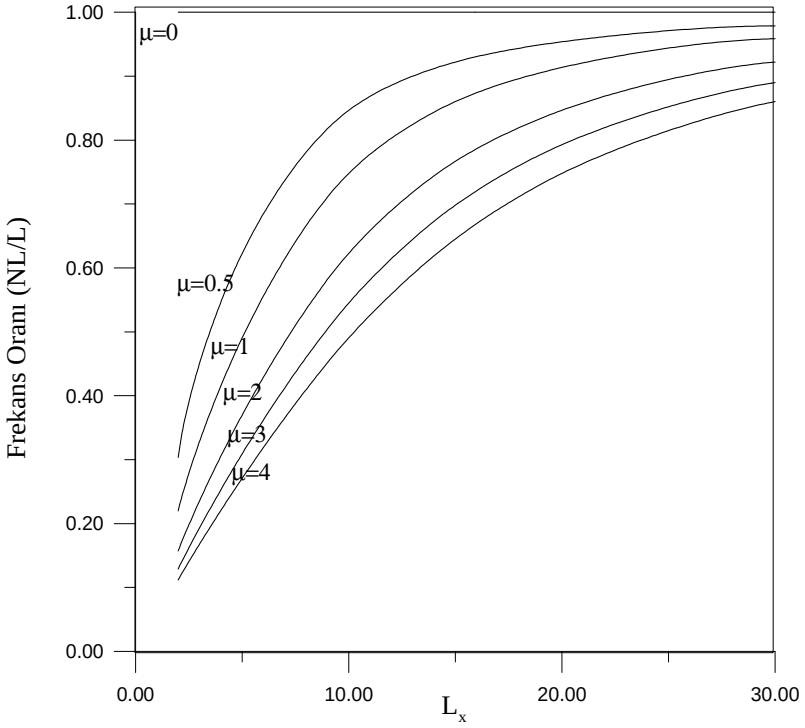
Şekil 6.3. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBB),(1,2)]



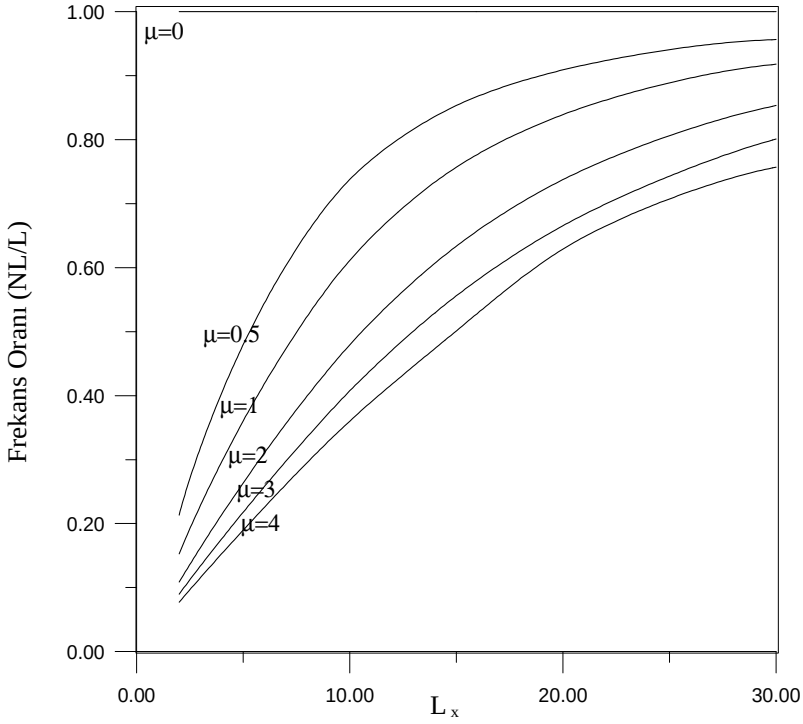
Şekil 6.4. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBB),(2,2)]



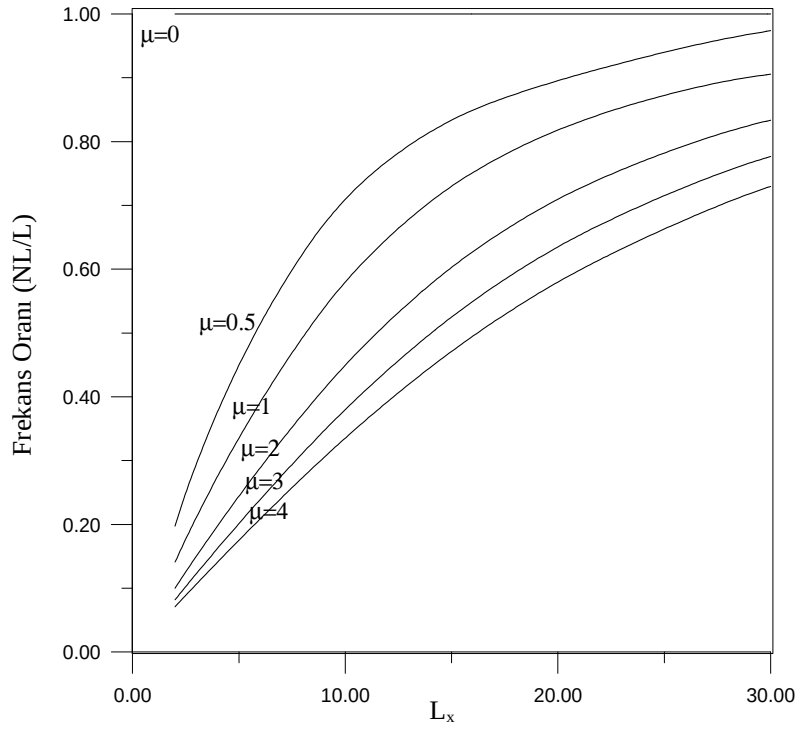
Şekil 6.5. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x(nm) e göre değişimi [(BBBB),(1,1)]



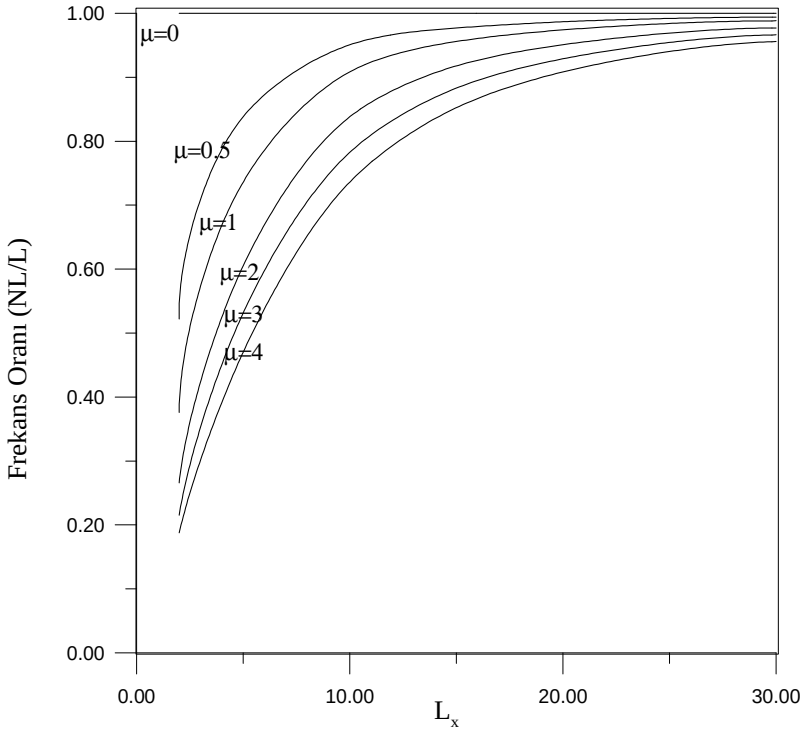
Şekil 6.6. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x(nm) e göre değişimi [(BBBB),(2,1)]



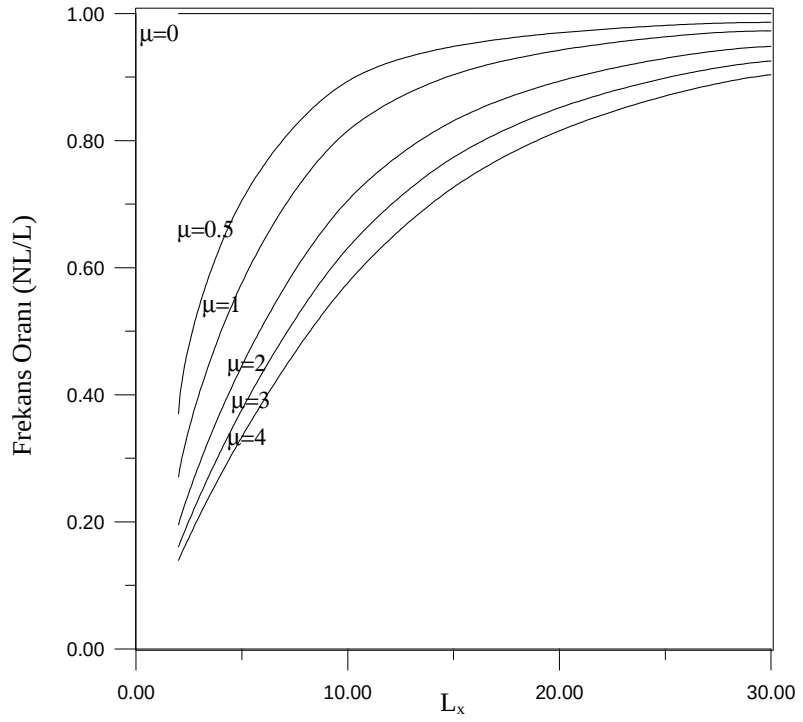
Şekil 6.7. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBB),(1,2)]



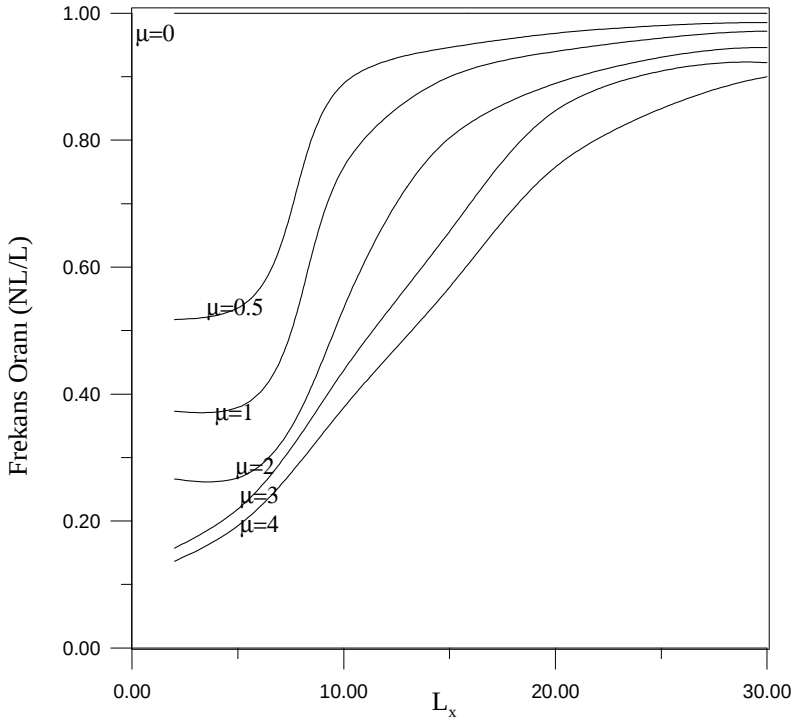
Şekil 6.8. Dikdörgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBB),(2,2)]



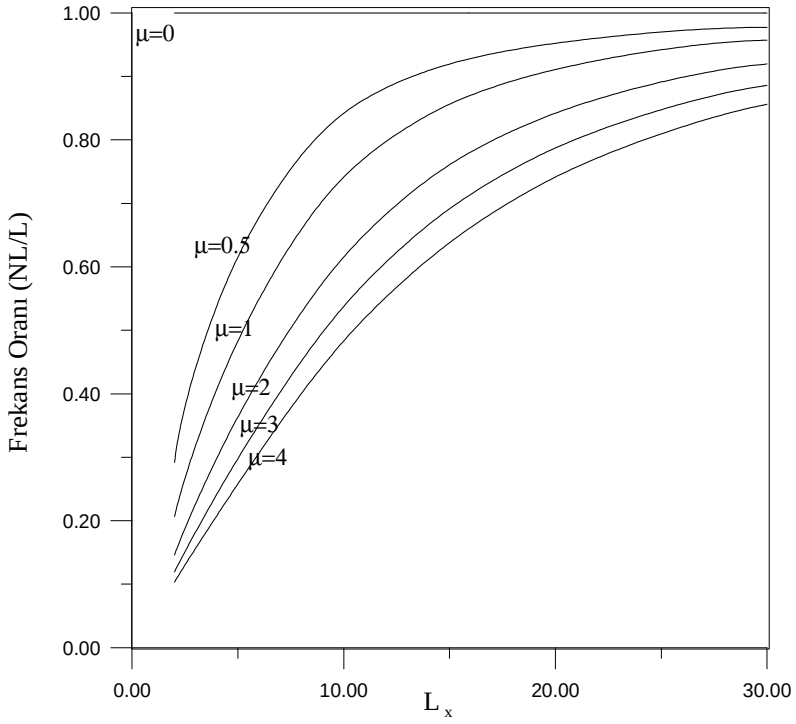
Şekil 6.9. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBA),(1,1)]



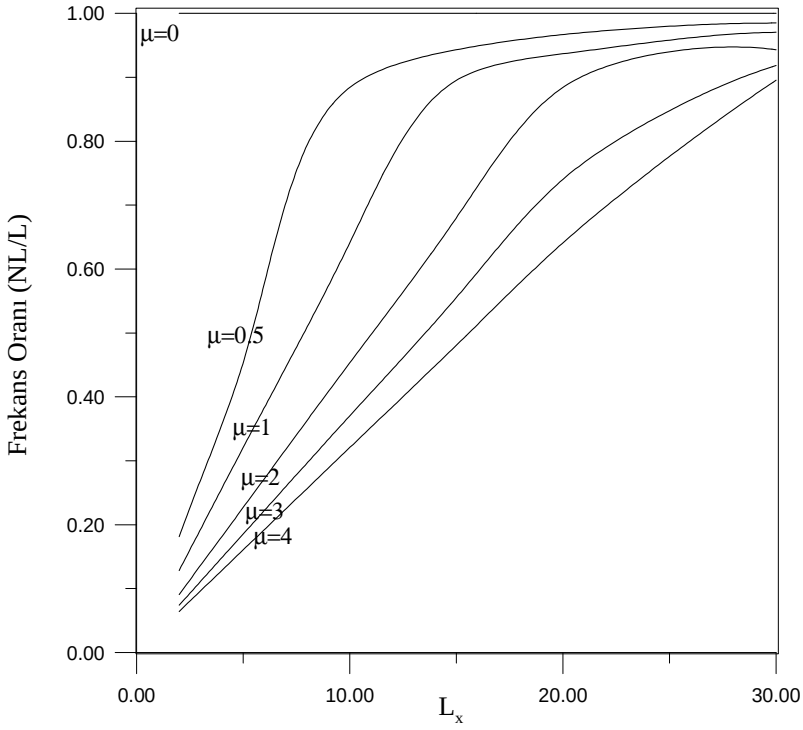
Şekil 6.10. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBA),(2,1)]



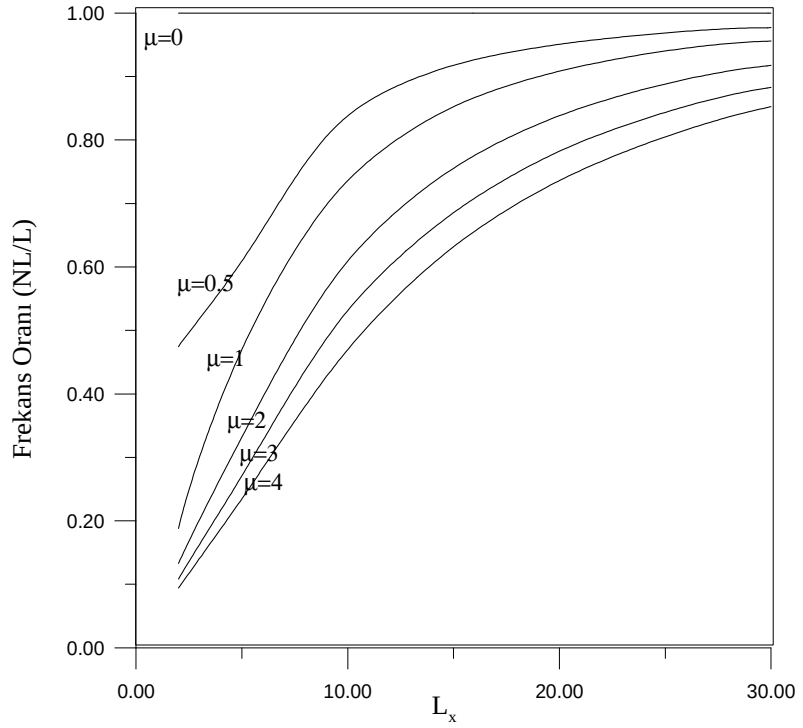
Şekil 6.11. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBA),(1,2)]



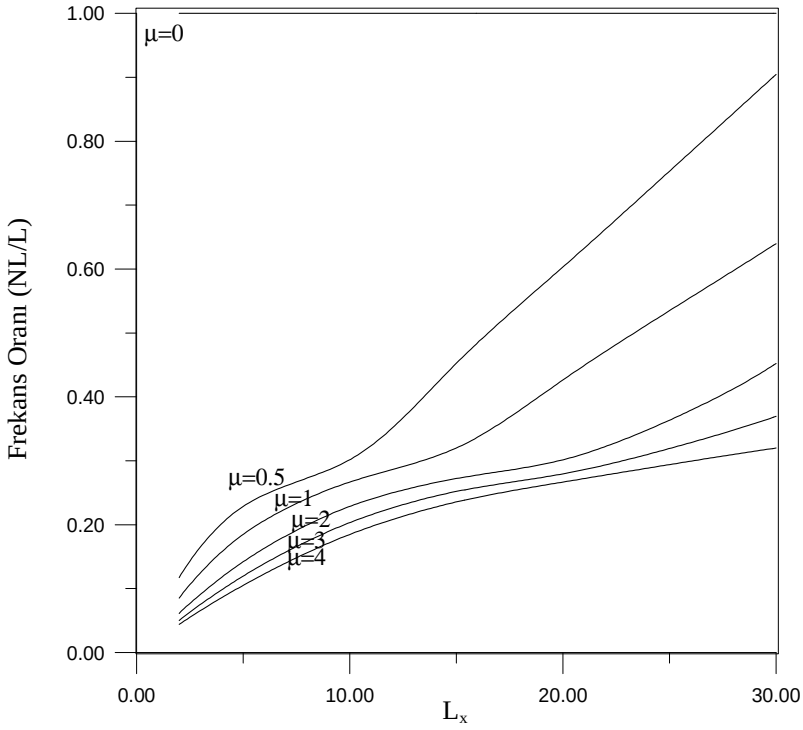
Şekil 6.12. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBA),(2,2)]



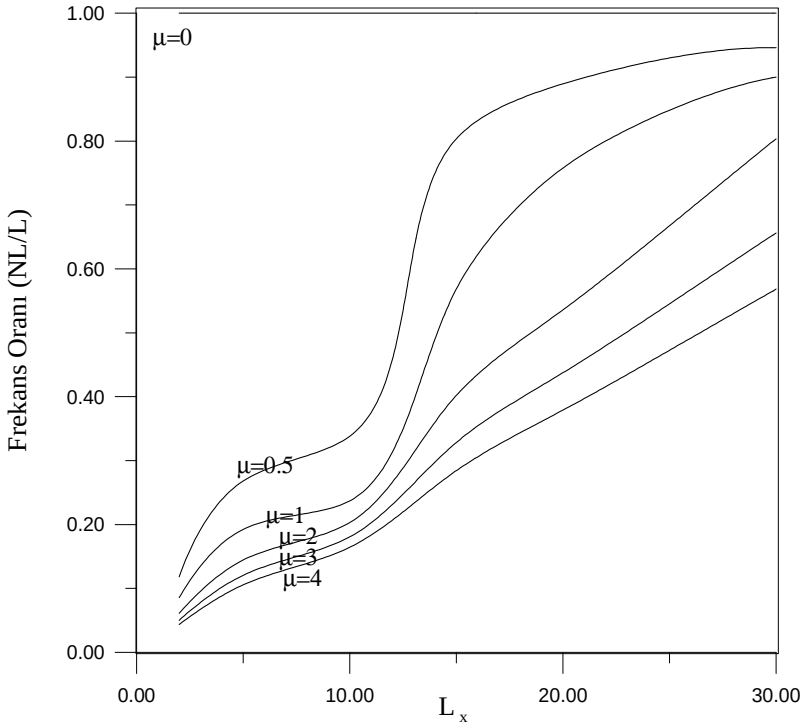
Şekil 6.13. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBA),(1,1)]



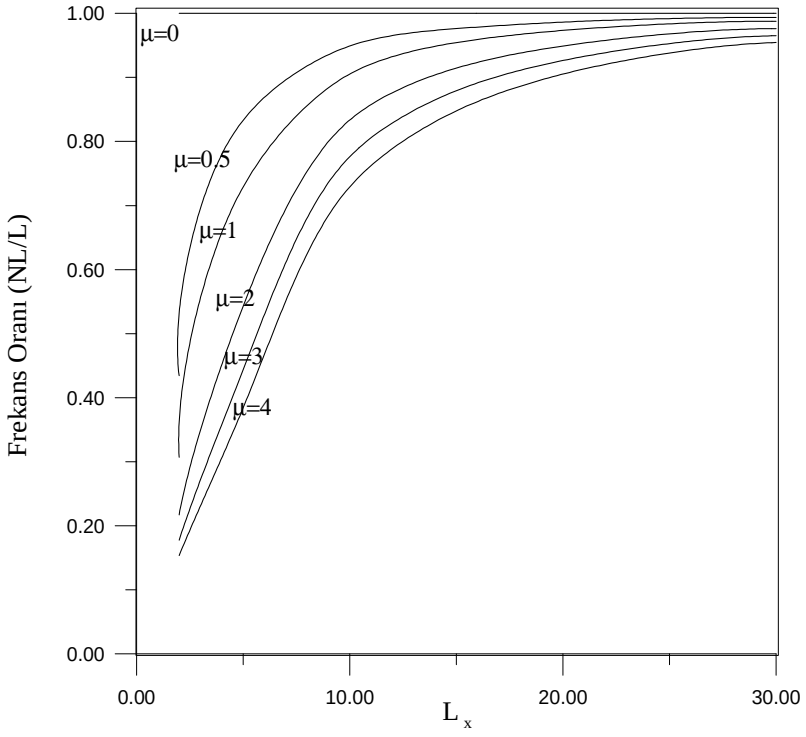
Şekil 6.14. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBA),(2,1)]



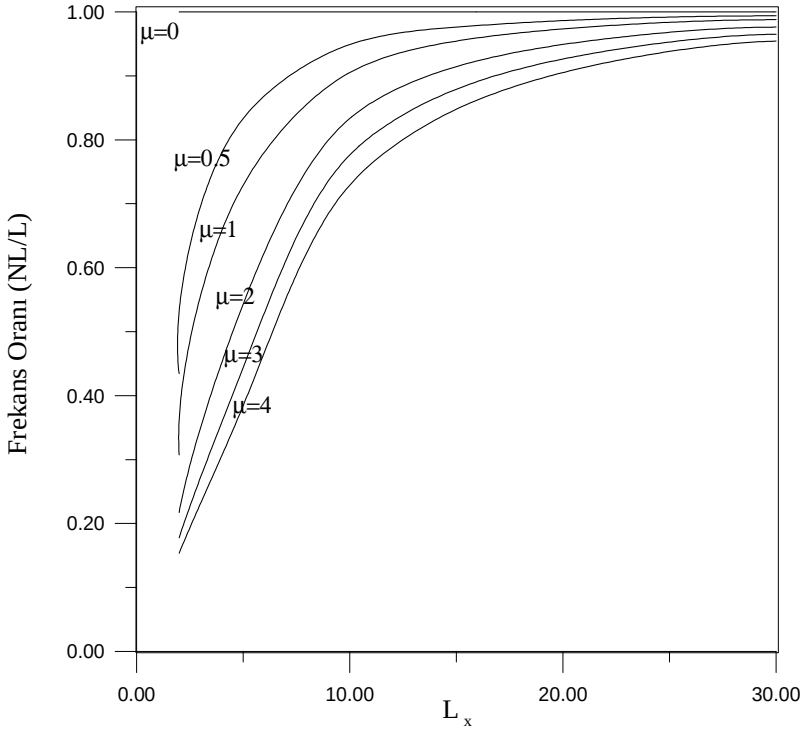
Şekil 6.15. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBA),(1,2)]



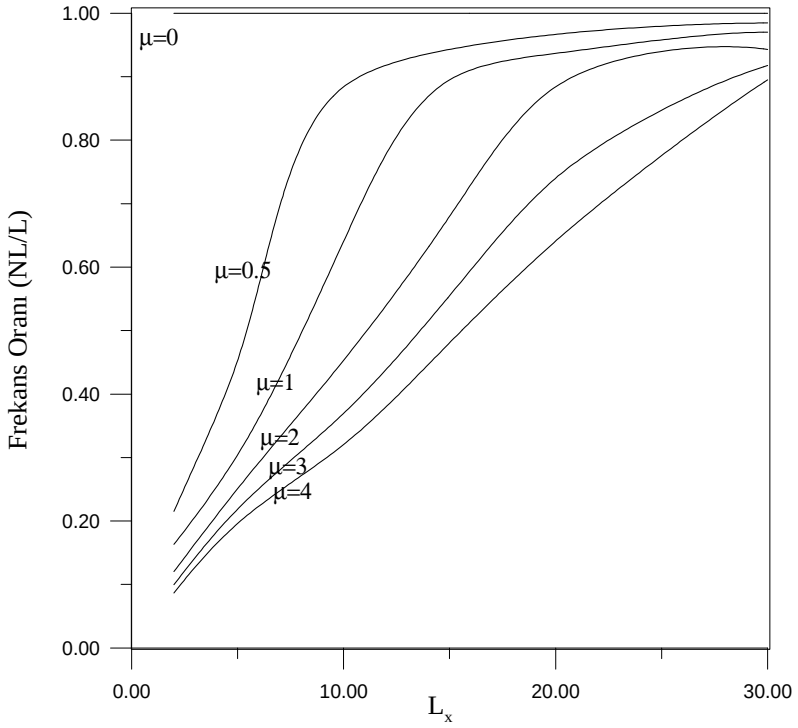
Şekil6.16. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BBBA),(2,2)]



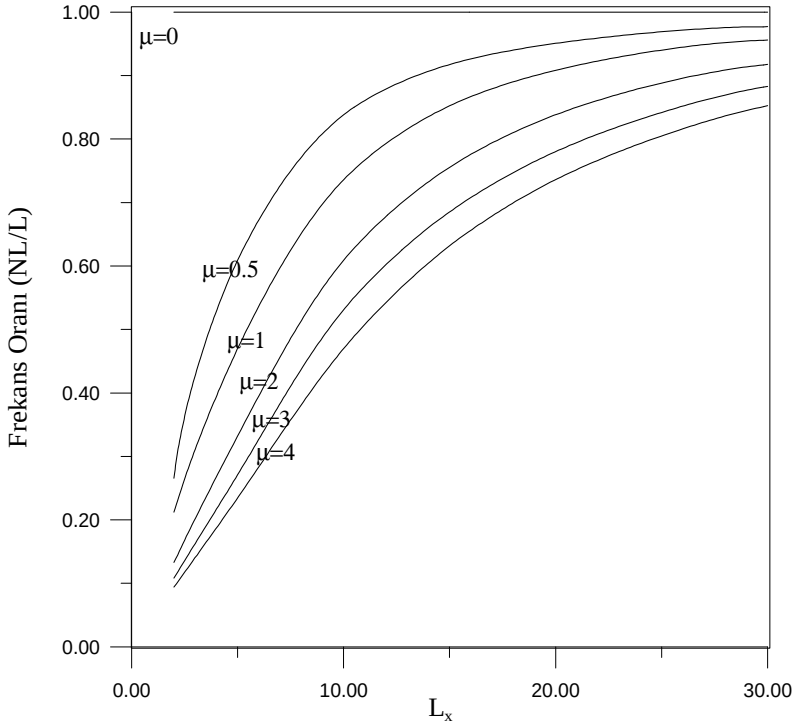
Şekil 6.17. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BABA),(1,1)]



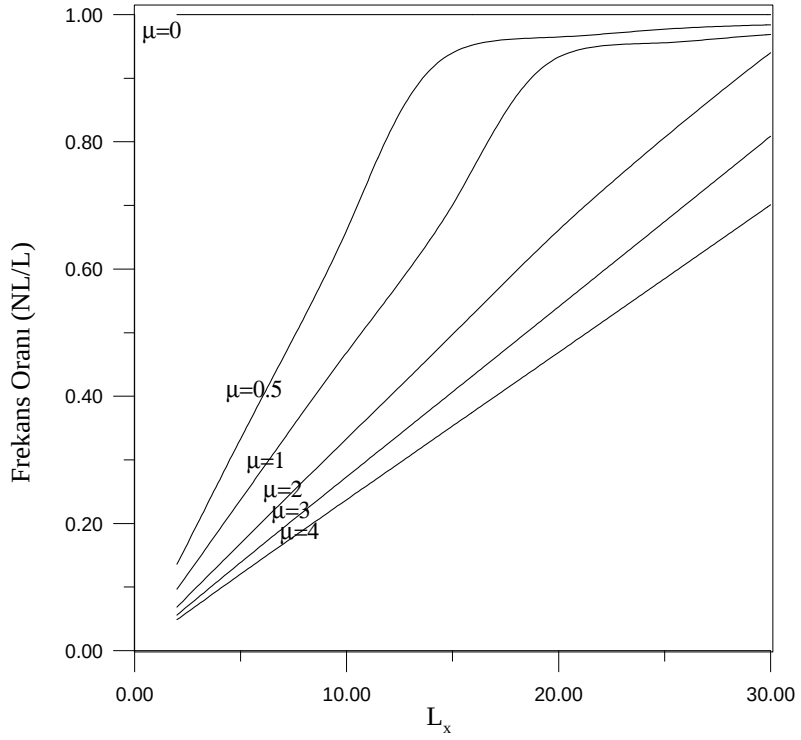
Şekil 6.18. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BABA),(2,1)]



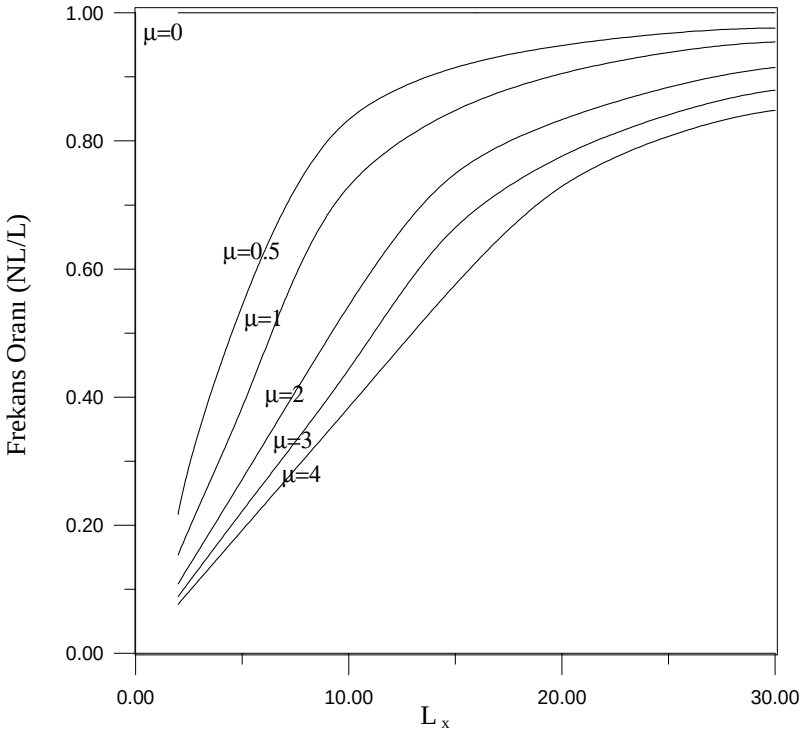
Şekil 6.19. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BABA),(1,2)]



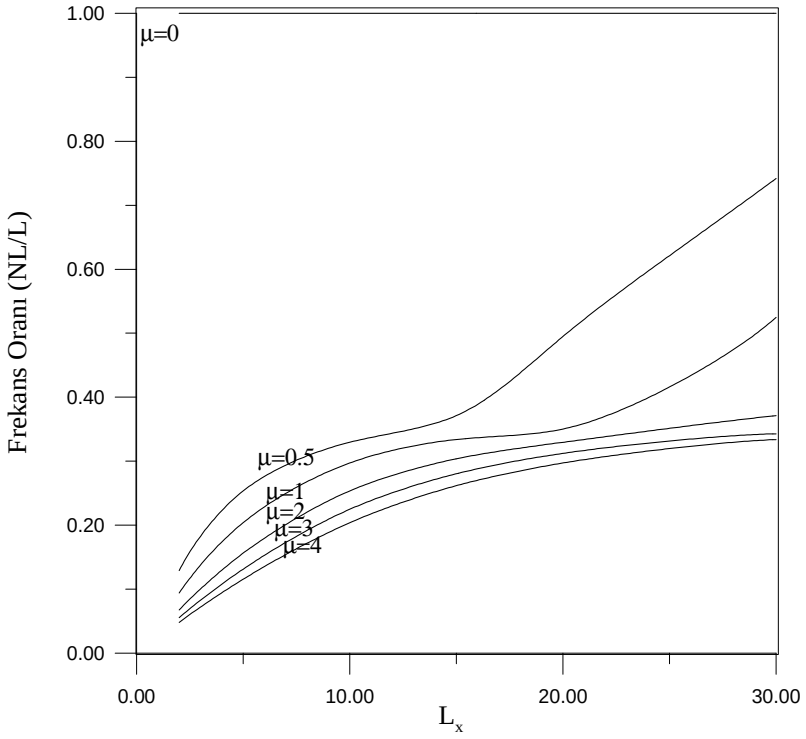
Şekil 6.20. Kare (L_x/L_y=1) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BABA),(2,2)]



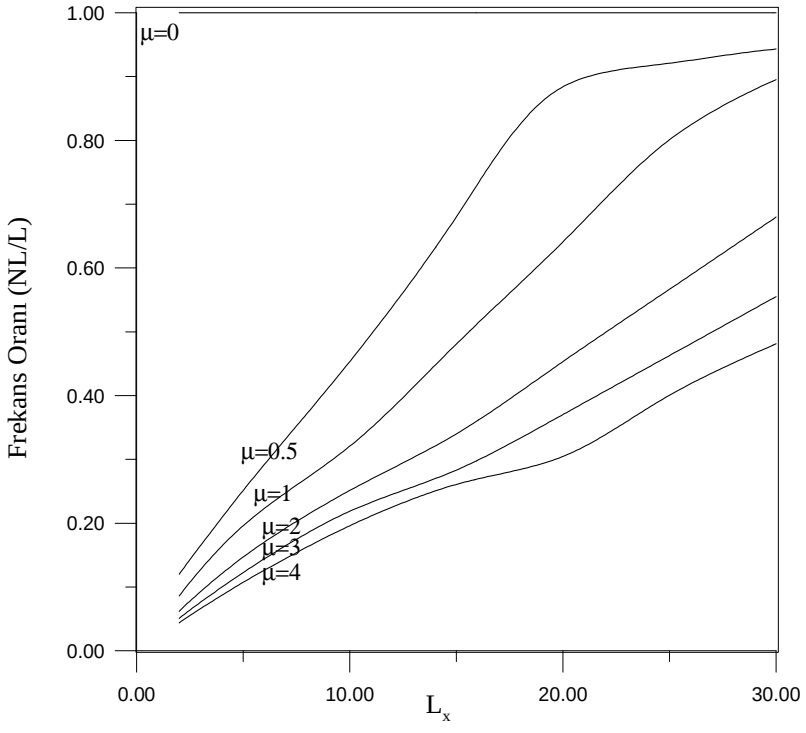
Şekil 6.21. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BABA),(1,1)]



Şekil 6.22. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BABA),(2,1)]



Şekil 6.23. Dikdörtgen (L_x/L_y=2) nanoplak için frekans oranının plak kenar uzunluğu L_x (nm) e göre değişimi [(BABA),(1,2)]



Şekil 6.24. Dikdörtgen (L_x/Ly=2) nanoplak için frekans oranını plak kenar uzunluğu l_x (nm) e göre değişimi [(BABA),(2,2)]

6.3. Nano plakların burkulması

Bu çalışmada elde edilen kritik burkulma yükü sonuçları sunmadan önce, klasik plak teorisiyle elde edilen sonuçlar literatür ile kıyaslanacaktır. Çizelge 6.2 incelendiğinde literatür de mevcut önceki çalışmalara ait değerlerin elde edildiği görülmüştür.

Çizelge 6.2. Bu alışmada elde edilen kritik burkulma yükü parametrelerinin önceki çalışmalarla kıyaslanması.

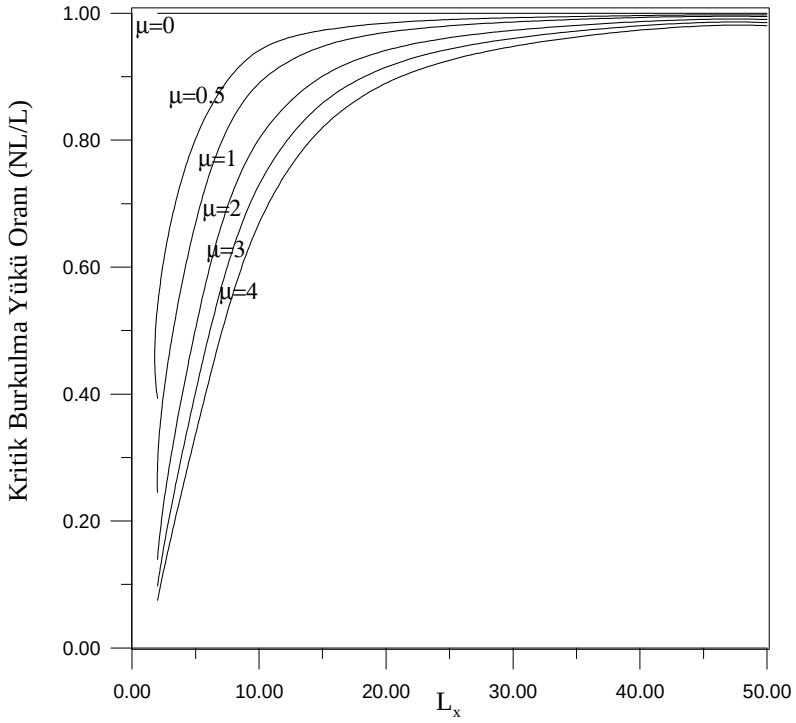
Mod	**BBBB**	
	Dickinson S M.,Di Blasio A.	**Bu çalışma**
1	**39.4784**	**39.478**

Klasik elastisite teorisiyle elde edilen kritik burkulma parametrelerinin yerel olmayan elastisite teorisiyle elde kritik burkulma yüklerine oranı şekil 25-36 ‘de verilmiştir.

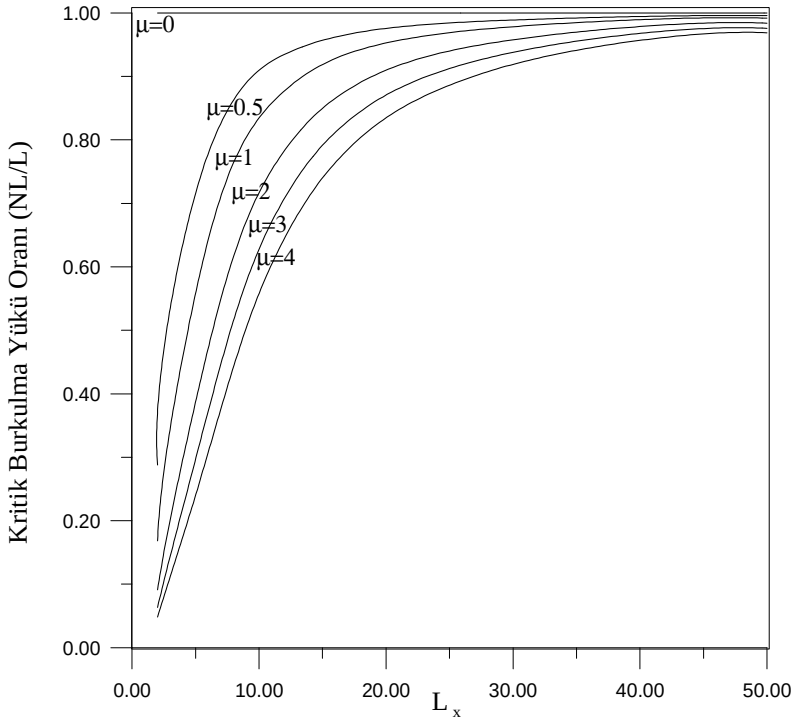
BBBB durumunda burkulma yükleri oranı L_x=30 nm $\mu = 2$ alınarak Şekil 6.25 kritik burkulma yükü oranı 0.90 elde edilmiştir. Tablo 6.26 da burkulma yükü oranı iken 0.90 Şekil 6.27 de kritik burkulma yükü oranı 0.92 elde edilmiştir. Şekil 6.28. de 0.88 değeri elde edilmiştir

BBBA durumunda burkulma yükü oranı L_x=30nm $\mu = 2$ alınarak R=0.5 te iken kritik burkulma yükü oranı 0.98, R=1.0 iken 0.95 R=1.5 iken 0.92 R=2 iken 0.88 değeri elde edilmiştir Bu değerler sırasıyla Şekil 6.29. Şekil 6.30.,Şekil 6.31 ve Şekil 6.32 de verilmiştir. ,

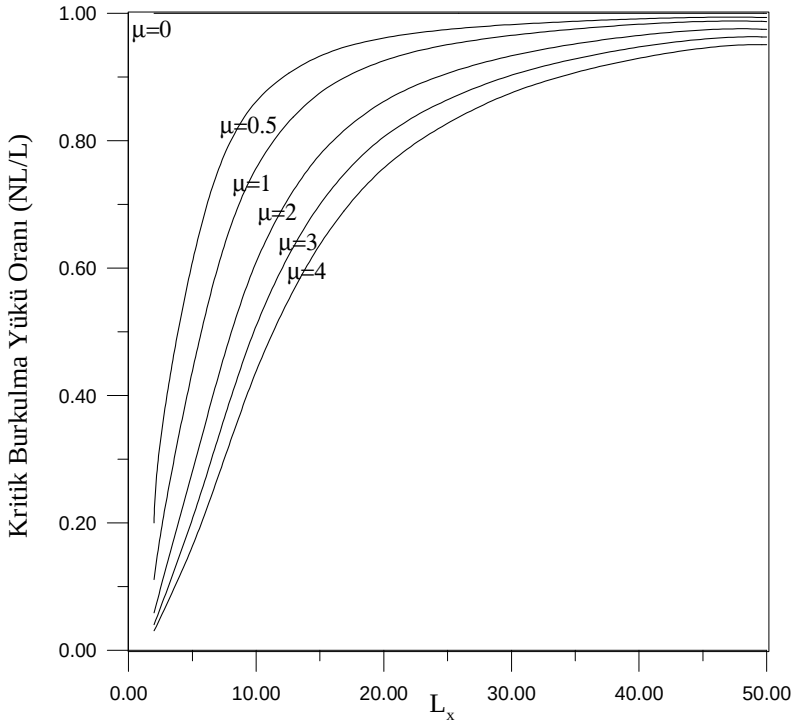
BABA durumunda da yine L_x=30 nm $\mu = 2$ alınması durumunda kritik burkulma yükü oranı R=0.5 iken Şekil 6.33. den 0.96 kritik burkulma değeri Şekil 6.34. ten R=1.0 iken 0.93 değeri R=1.5 iken Şekil 6.35. ten 0.90 değerleri elde edilmiştir R=2 iken Şekil 6.36 da kritik burkulma yükü para0.87 değerleri elde edilmiştir.



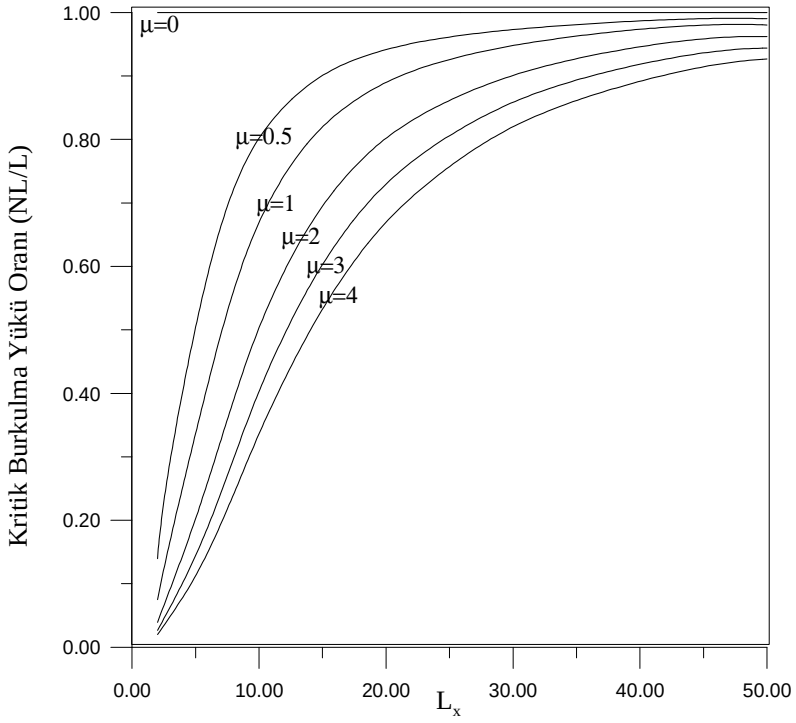
Şekil 6.25. Dikdörtgen (L_x/L_y=0.5) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BBBB)



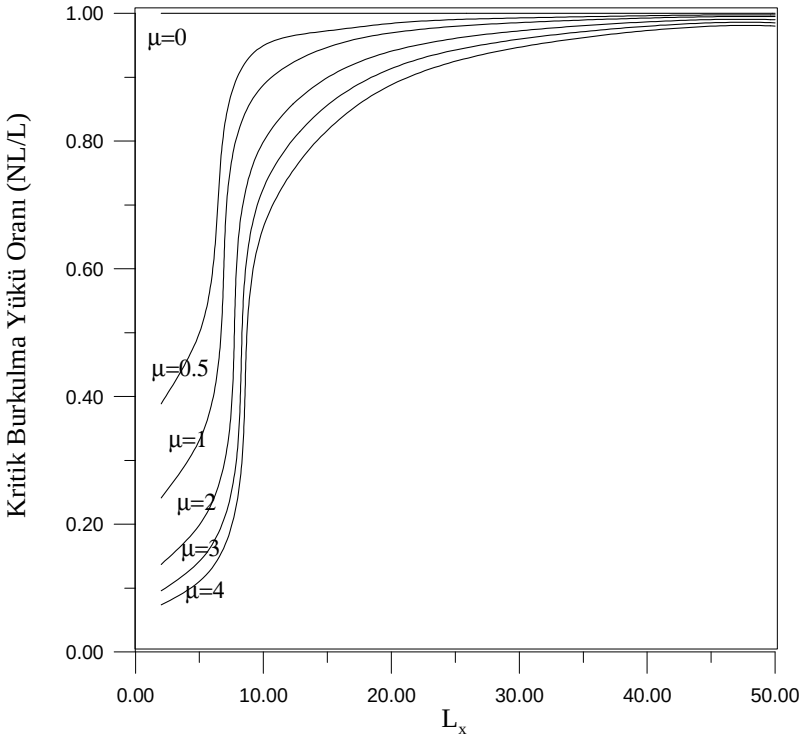
Şekil 6.26. Kare (L_x/L_y=1.0) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BBBB)



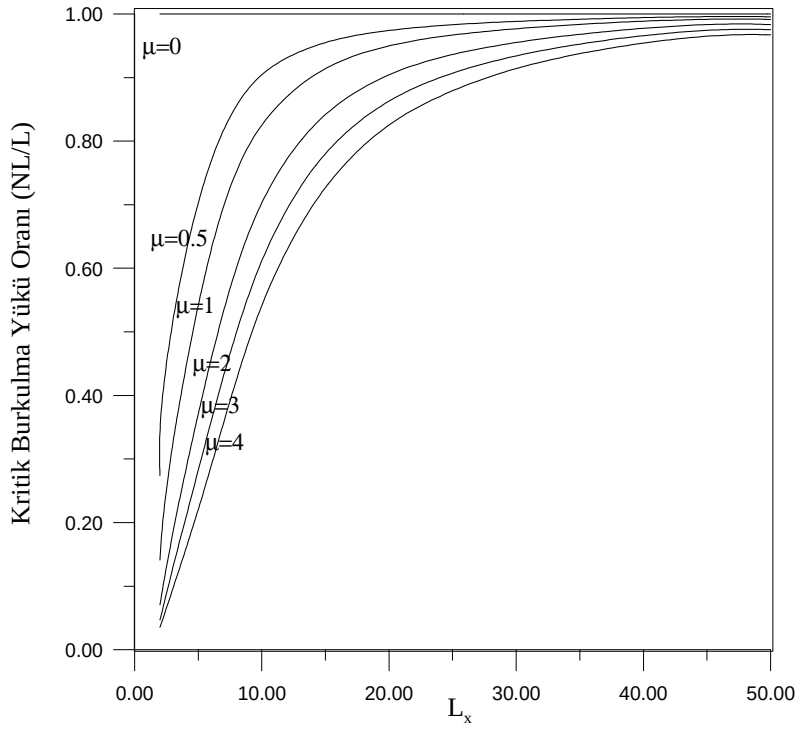
Şekil 6.27. Dikdörtgen (L_x/L_y=1.5) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BBBB)



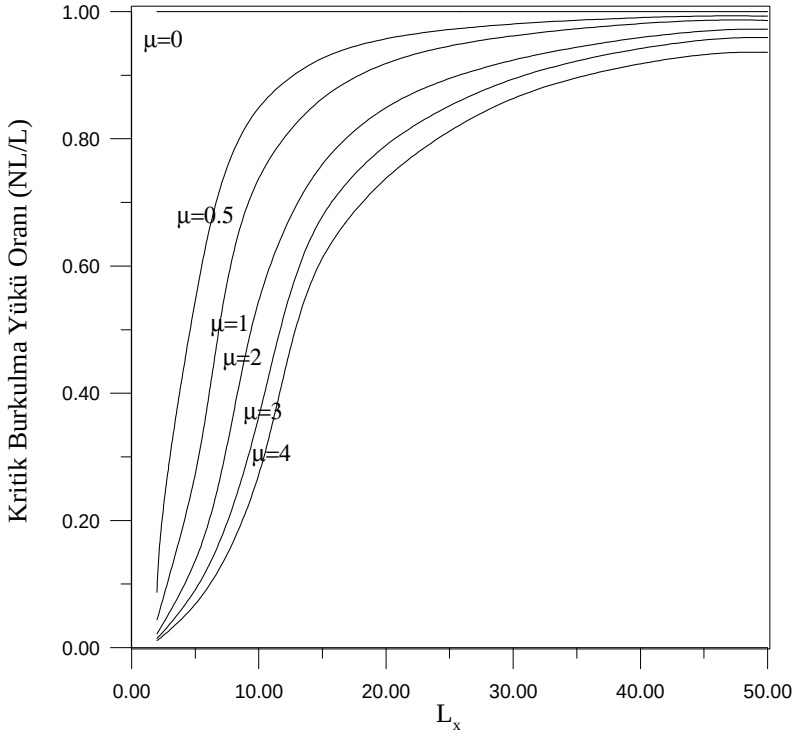
Şekil 6.28. Dikdörtgen (L_x/L_y=2.0) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BBBB)



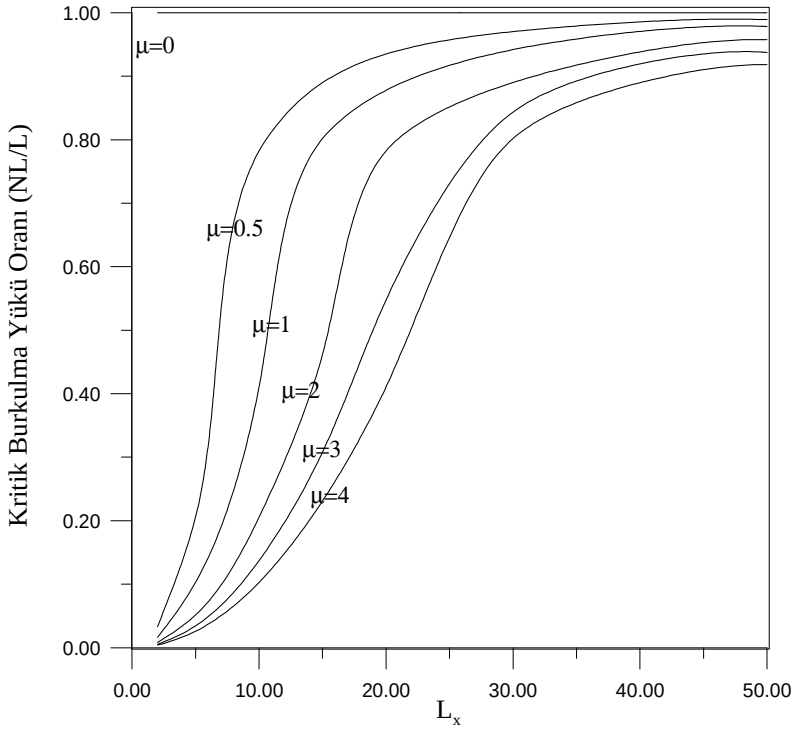
Şekil 6.29. Dikdörtgen (L_x/L_y=0.5) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BBBA)



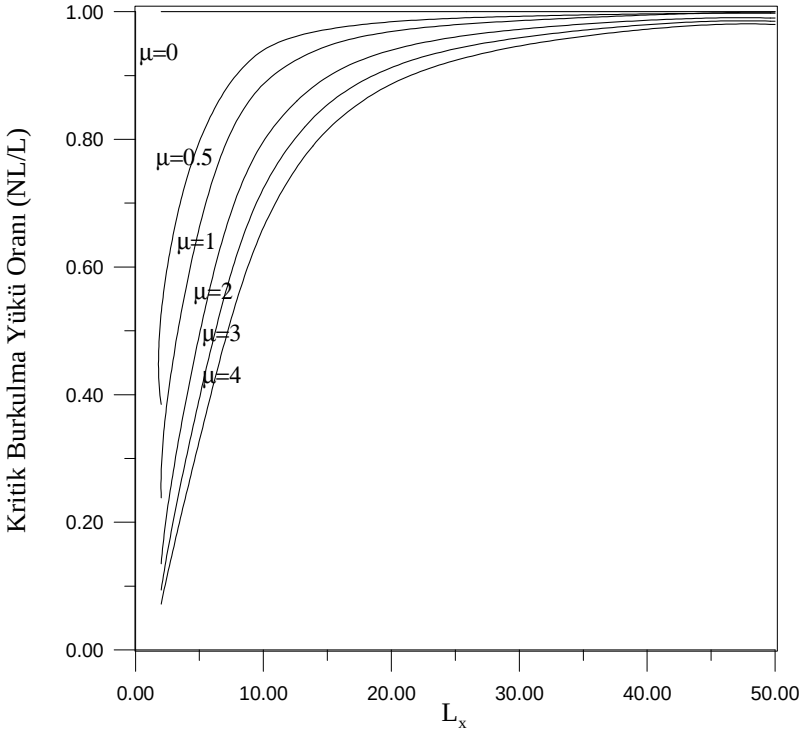
Şekil 6.30. Kare (L_x/L_y=1.0) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BBBA)



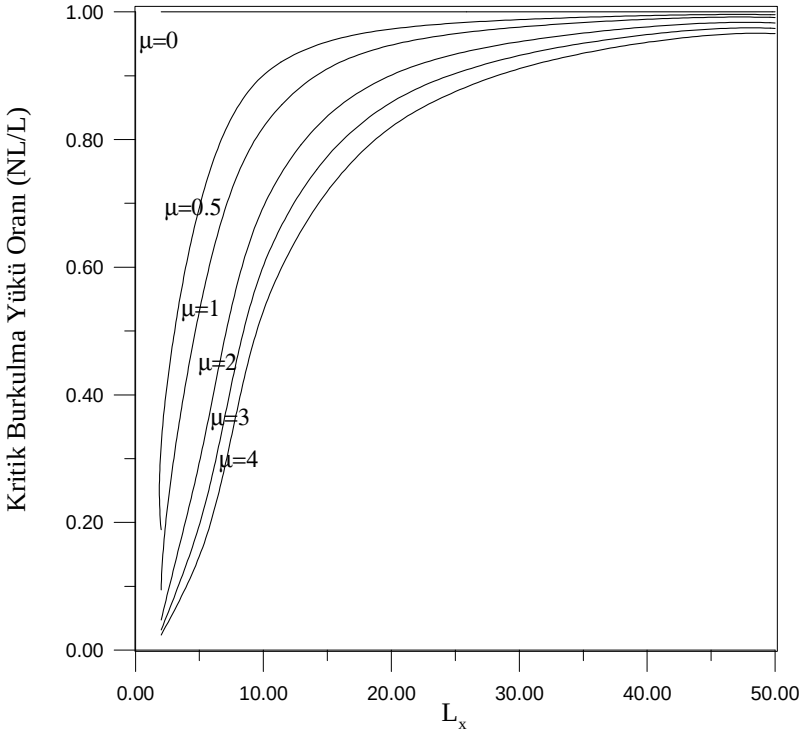
Şekil 6.31. Dikdörtgen (L_x/L_y=1.5) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BBBA)



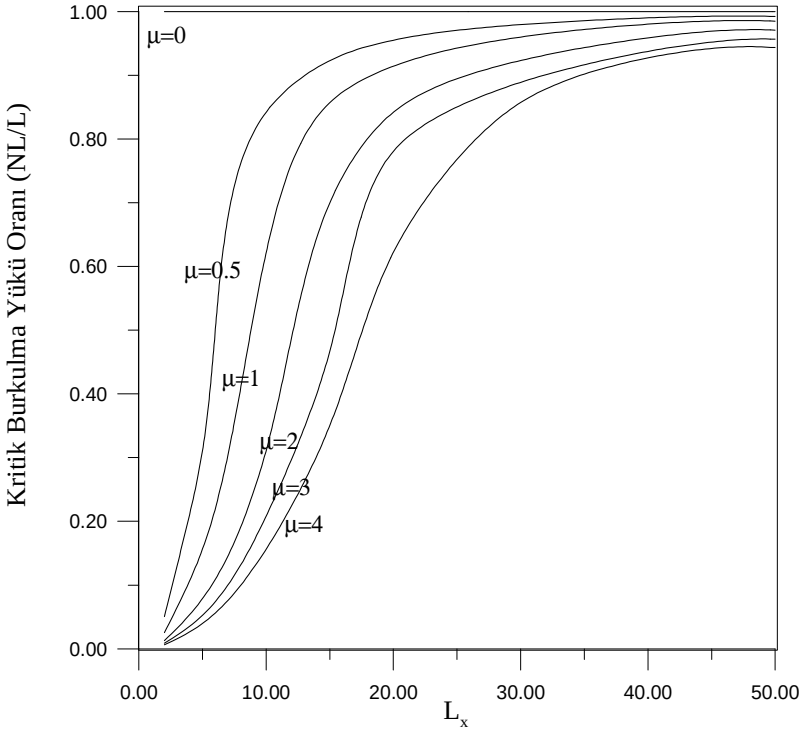
Şekil 6.32. Dikdörtgen (L_x/L_y=2.0) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BBBA)



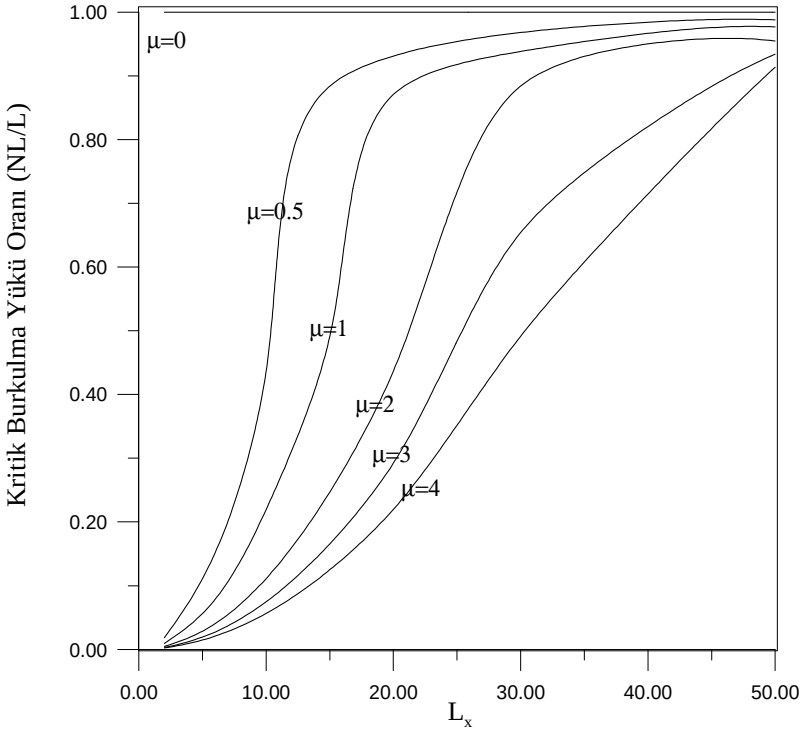
Şekil 6.33. Dikdörtgen (L_x/L_y=0.5) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BABA)



Şekil 6.34. Kare (L_x/L_y=1.0) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BABA)



Şekil 6.35. Dikdörtgen (L_x/L_y=1.5) nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BABA)

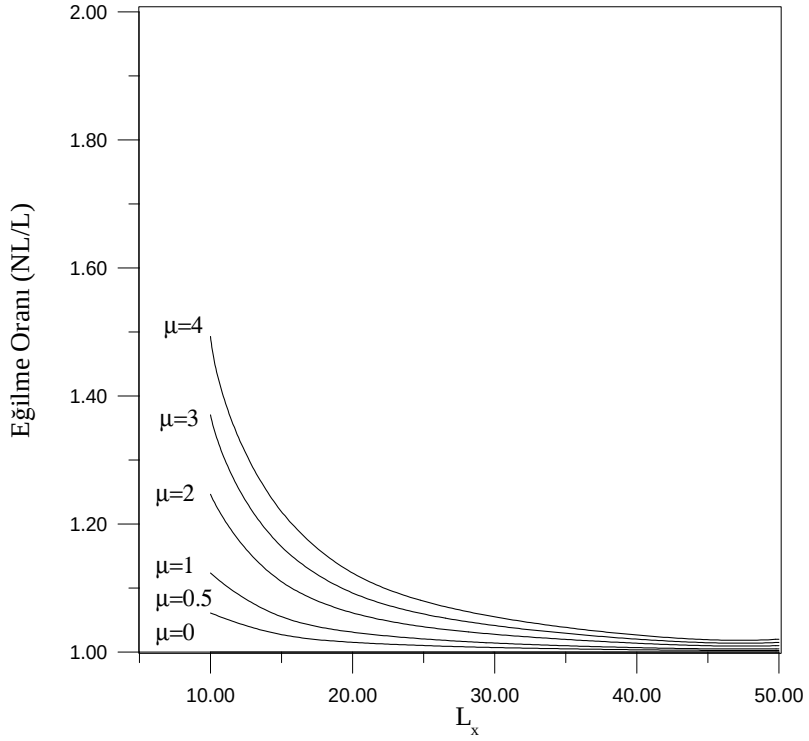


Şekil 6.36. Dikdörtgen (L_x/L_y=2.0)nanoplak için kritik burkulma yükü oranının L_x uzunluğu ile değişimi (BABA)

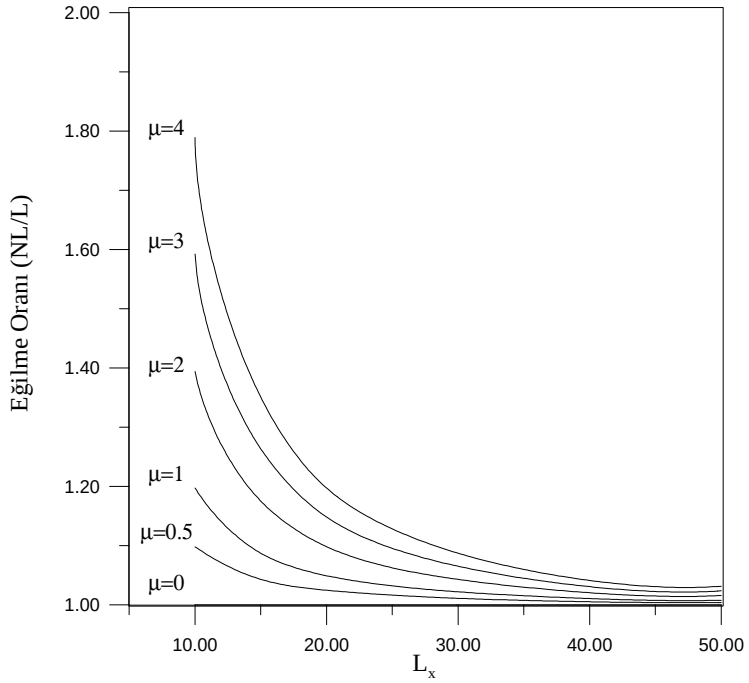
6.4. Nano plakların çökmesi

Sinusoidal yük altında tüm kenarlarından basit destekli nanoplak için Klasik elastisite teorisiyle elde edilen boyutsuz çökme değerlerinin yerel olmayan elastisite teorisiyle elde boyutsuz çökme değerlerine oranının x yönündeki uzunluğa oranı şekil 36-40 ‘de verilmiştir.

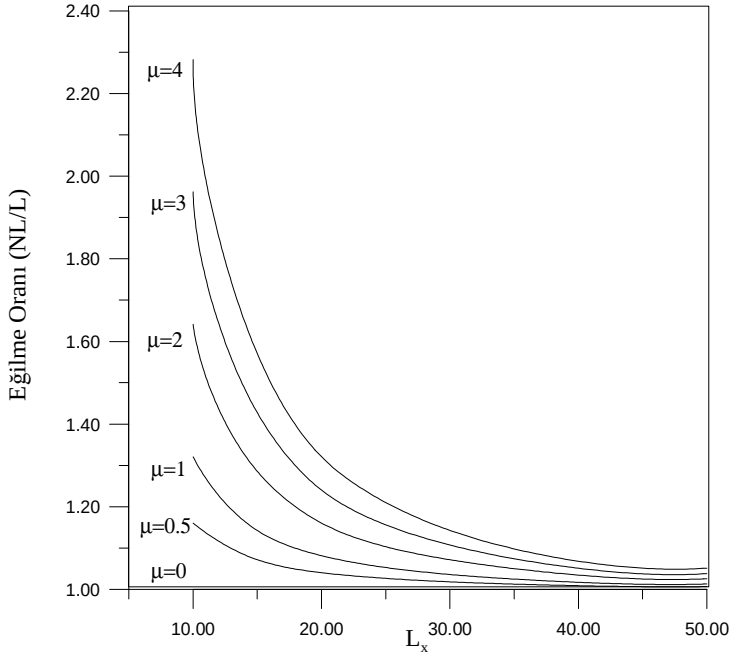
BBBB tüm kenarları basit destekli bir nanoplağın sinusoidal yük altında çökmesi incelendiğinde klasik teoriyle elde edilen değere oranı ile karşılaştırıldığında yerel olmayan elastik parametre μ=2 iken Şekil 6.37.’ ya bakıldığında eğilme oranı 1.10 ‘dur. Şekil 6.38. de eğilme oranı 1.18 e Şekil 6.39 de de eğilme oranı 1.28 e Şekil 6.40. ta değerinde eğilme oranı 1.46’ ya ulaşmıştır.



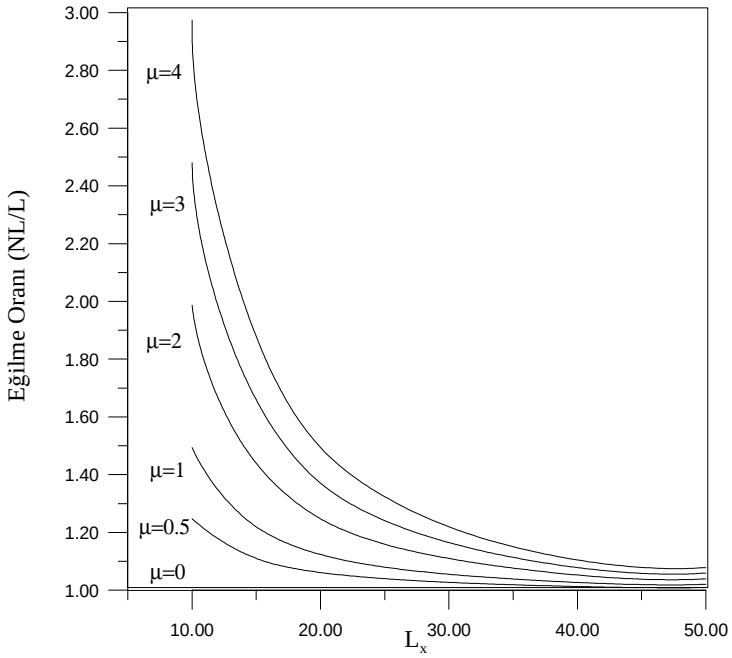
Şekil 6.37. Sinüsoidal yük altında eğilme oranları (L_x/L_y=0.5)(BBBB)



Şekil 6.38. Sinüsoidal yük altında eğilme oranının oranının L_x uzunluğuna göre değişimi (L_x/L_y=1.0)(BBBB)



Şekil 6.39. Sinüsoidal yük altında eğilme oranının oranının L_x uzunluğuna göre değişimi (L_x/L_y=1.5)(BBBB)



Şekil 6.40. Sinüsoidal yük altında eğilme oranının oranının L_x uzunluğuna göre değişimi (L_x/L_y=2)(BBBB)

BÖLÜM 7

GENEL SONUÇLAR

Öncelikle titreşim durumunda plak için farklı nano boyutlarda değerler elde edilmiştir. Elde edilen frekans değerleri yerel olmayan elastisite teorisinin klasik teoriye oranının x yönündeki uzunluğa bağlı olarak elde edilmiştir. μ yerel olmayan elastisite parametresinin boyutlar büyüdükçe etkisinin azaldığı ve klasik teoriyle elde edilen değerlere yaklaştığı gözlenmiştir Kare ve dikdörtgen plaklara göre tüm kenarları basit destekli ve iki kenarı karşılıklı basit destekli ve diğer kenarları keyfi seçilen sınır koşullarında μ parametresinin artmasıyla ve mod sayılarının artmasıyla birlikte klasik teoride elde edilen sonuçlara lineerleşerek yaklaştığı görülür. μ parametresinin artmasıyla genel olarak tüm titreşim oranı düşmektedir.

Boyutlar arttıkça yerel olmayan elastisitenin etkisi azalmaktadır. Aynı μ parametresi için plak boyutunun kareden dikdörtgene doğru uzaması yani bir boyutunun sabit diğerinin artması durumunda kare plağa göre daha büyük uzunluklarda klasik teoriye yakınsamaktadır.

$R=L_x/L_y$ oranı arttıkça büyük μ parametresi değerlerinde lineerleşmenin arttığı ve klasik teoride elde edilen değere yaklaştığı görülmüştür. Ayrıca mod sayılarının artması durumunda titreşim frekansı oranı değerleri düşmektedir

Tüm kenarları basit destekli, bir kenarı ankastre diğer kenarları basit destekli, iki kenarı ankastre iki kenarı basite destekli sınır koşulları altında titreşimlerine bakılmıştır. Kenarlar ankastre olmaya başlamasıyla μ parametresine göre aralıklar açılmakta frekansın düşüşü daha fazla hissedilmektedir.

Kritik burkulma yükünün boyutlar küçüldükçe azaldığı gözlenmiştir. x yöündeki uzunluk arttıkça kritik burkulma yükü değerleri artmaktadır. μ parametresinin arasında fark boyutlar arttıkça artmaktadır.

Sinusoidal yük altında eğilme durumu incelendiğinde yaklaşık 30nm boyutlarından daha küçük boyutlara inildikçe eğilme oranının artış ivmesinin yükseldiği görülmüştür. μ yerel olmayan elastisite parametresi arttıkça eğilme oranın arttığı küçük μ değerlerinde farkın öneminin azaldığı görülmüştür.

Sonuç olarak elde edilen veriler incelendiğinde Eringende yerel olmayan elastisite teorisi boyutlar küçüldükçe gerçek değerlere daha da yakınsamaktadır. Problemlerin daha farklı sınır koşullar altında çalışılarak çözülmelerinin faydalı olacağını önermekteyiz.

KAYNAKLAR

Aydoğdu M, 2009, A general nonlocal beam theory: Its application to nanobeam bending, buckling and vibration, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, Volume 41, Issue 9, Pages 1651-1655

Aydoğdu M, 2009, Axial vibration of nanorods with the nonlocal continuum rod model, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, Volume 41, Issue 5, March 2009, Pages 861-864

Behfar K., Naghdabadi R., 2005, Nanoscale vibration analysis of a multi-layered graphene sheet embedeed in elastic medium, Composites Science and Technology, Volume 65, Issues 7-8, Pages 1159-1164.

Bunch, J.S., van der Zande A.M., Verbridge S.S., Frank I.W., Tanenbsum D.M., Parpia J.M., Craighead H.G. & McEuen P.L., 2007, Electromechanical resonators from graphene sheets. Science 315, 490-493. (doi:10.1126/science.1136836)

Eringen A.C., 1983, On diffential equations of non local elasticity and solution of screw dislocation and surface waves , Journal of Applied Physics 54, 4703-4710

Eringen A.C., 2002, Nonlocal continuum field theories, Springer-Verlag, NewYork

Erkoç Ş.,2001, Bilim teknik dergisi,Promat Basım A.Ş., Ankara

Evoy S., Carr D.W., Sekaric L., Olkhovets A., Parpia J.M. & Craighead H.G., 1999 Nanofabrication of electrostatic operation of single-crystal silicon paddle oscilations, Journal Appl. Phys. 86, 6072-6077(doi:10.1063/1.371656)

Freund L.B. & Suresh S., 2003, Thin film materials. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Geim, A.K. Novoselov, K.S., 2007, The rise of Graphene, Nature Materials 6 (3), 183 -191 (doi:10.1038/nmat1849)

Gibson R.F., 1994, Principles of Composite Materials Mechanics, Mc Graw-Hill International Editions.

Giannakopoulos A.E., Stamoulis K., 2006 Structural analysis of gradient elastic components, Int. J. Solid and Str. 44 3440-3451

Hemmasizadeh A., Mahzoon M., Hadi E., Khandan R. , 2008, A method of developing the equivalent continuum model of a single layer graphane sheet, Thin Solid Films, Volume 516, Issue 21, Pages 7636-7640

http:// nanopedia.case.edu

http://courses.cit.cornell.edu

Katsnelson M.I., Novoselov K.S., 2007, Graphene: New bridge between condensed matter physics and quantum electrodynamics, Solid State Communications, Volume 143, Issues 1-2, Pages 3-1*3*

Langhaar, H.L., 1962,Energy methods of Applied Mechanics, John Willey and Sons

Lazopoulos K.A., 2004, On gradient strain elasticity theory of plates, European Journal Mechanics A / Solids 23 843-852

Liew K.M., He X.Q., Kitipornchai S., 2006, Predicting nanovibration of multi-layered graphene sheet Acta Materialia, Volume 54, Issue 16, Pages 4229-4236.

Lobintiu N., Ilic B., Garcia E., Reissman T., & Craighead H.G., 2006 Modelling of nanofabricated paddle bridges for resonant mass sensing. Rev. Sci. Instrum. 77, 073301. (doi:10.1063/1.2221560)

Lu B.L., Zhang P.Q., Lee H.P., Wang C.M., Reddy J.N., 2007, Non-local elastic plate theories, Proceedings Of The Royal Society A, 463, 3225-3240

Papargyri-Beskou S., Beskos D.E., 2007 Static, stability and dynamic analysis of gradient elastic flexural Kirchhoff plates, Arch Appl. Mech., Springer-Verlag

Paradhan S.C., Phadikar J.K., 2009, Nonlocal elasticity theory for vibration of nanoplates, Journal of Sound and Vibration, Volume 325, Issues 1-2, Pages 206-223

Paradhan S.C., Phadikar J.K., 2008, Small scale effect on vibration of embedded multilayered graphene sheets based on nonlocal continuum models, Physics Letters A, Volume 373, Issue 11, Pages 1062-1069

Pradhan S.C., Murmu T., 2009, Small scale effect of the buckling of single-layered graphene sheets under biaxiall compression via nonlocal continuum mechanics, Volume 47 , Issue 1, Pages 268-274.

Reddy J.N., 1984, A simple higher-order theory for composit laminated plates International Journal of Solid and Structures, 28, 8,941-954

Reddy J.N., 2007, Nonlocal theories for bending buckling and vibration of beams International Journal of Engineering Science, Volume 45, Issues 2-8, Pages 288-307

Sakhaee-Pour A., Ahmadian M.T., Vafai A., 2008, Potential application of single-layered graphene sheet as strain sensor Potential application of single-layered graphene sheet as strain sensor , Solid State Communications, Volume 147, Issues 7-8, Pages 336-340.

Sakhaee-Pour A., Ahmadian M.T., Vafai A., 2008, Application of single-layered graphene sheets as mass sensors and atomistic dust detectors, Solid State Communications, Volume 145, Issue 4, Pages 168-172.

Sakhaee-Pour A., 2009, Elastic buckling of single layered graphene sheet, Computational Materials Science, Volume 45, Issue 2, Pages 266-270

Teneketzis Tenek L., Aifantis E.C., 2001, On some applications of gradient elasticity to composite materials, Composite Structures 53 189-197

Tepe, A., 2007, Nanoteknolojide Nano Ölçekteki Yapıların Yerel Olmayan Elastisite Çerçevesinde İncelenmesi, *Yüksek Lisans Tezi* ,İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

Tighe T.S., Worlock J.M. Roukes M.L., 1997 Direct thermal conductance measurements on suspended monocrystalline nanostructures, Appl. Physc. Lett. 70 2687-2689.(doi:10/1063/1.118994)

Tighe T. S.,Worlock , J.M., Roukes, M.L., 1997, Direct thermal conductance measurements on suspended monocrystaline nanostructures, Appl. Phys. Lett. 70, 2687-2689.(doi:10.1063/1.1530365)

Timoshenko S.P., Gere J. M., 1963, Theory of Elastic Stability, Mc Graw-Hill Book Company

Quinn D.D., Wilber J. P., Clemons C.B., Young G.W., Buldum A., 2007, Buckling instabilities in coupled nano-layers, International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 42, Issue 4, Pages 681-689

Whitney J.M., Ashton J.E., 1987, Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates,A Technomic Publishing Company book, Lanchester Pennyslyvania, U.S.A

ÖZGEÇMİŞ

1983 yılında Denizlinin Sarayköy İlçesinde doğdu. Orta öğrenimini Denizli Sarayköy Lisesinde tamamladı. 2007 yılında Trakya Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümünden mezun oldu. 2007-2008 öğretim yılında Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisansa başladı. Şubat 2010 itibariyle Trakya Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü Mekanik Anabilim Dalın'da Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.