T.C.

TRAKYA ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NANO ÇUBUKLARIN DOĞRUSAL OLMAYAN TİTREŞİM ANALİZİ

MEHMET EREN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Tez Danışmanı: PROF. DR. METİN AYDOĞDU

EDİRNE-2016

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü onayı

.....

Prof. Dr. Mustafa Özcan

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Bu tezin yüksek lisans tezi olarak gerekli şartları sağladığını onaylarım.

.....

Prof. Dr. Yılmaz Çan

Anabilim Dalı Başkanı

Bu tez tarafımca okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

.....

Prof. Dr. Metin Aydoğdu

Tez Danışmanı

Bu tez, tarafımızca okunmuş, kapsam ve niteliği açısından makine mühendisliği anabilim dalında bir yüksek lisans tezi olarak oy birliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri (Ünvan, Ad, Soyad):	İmza
Prof.Dr. Metin AYDOĞDU	.....
Yrd.Doç.Dr. Güler GAYGUSUZOĞLU	.....
Yrd.Doç.Dr. Nusret MEYDANLIK	.....

Tarih: 25/01/2016

T.Ü. FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI YÜKSEK LİSANS PROGRAMI
DOĞRULUK BEYANI

İlgili tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin kaynak gösterilerek ilgili tezde yer aldığını beyan ederim.

21/01/2016

MEHMET EREN



Yüksek Lisans Tezi
Nano Çubukların Doğrusal Olmayan Titreşim Analizi
T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

ÖZET

Nano çubuğun lineer ve sonlu uzamaya maruz kalan lineer olmayan serbest titreşimi incelendi. Malzeme koordinatlarında hareket denklemleri bulundu. Galerkin yöntemi yardımıyla, bazı tipik sınır koşullarını sağlayan Fourier serileri kullanılarak lineer olmayan denklemlerin çözümlerine ulaşıldı. Genlik-frekans ilişkileri ve modlar arası etkileşim üzerinde çalışıldı. Sonuçlar küçük-ölçek etkisini hesaba katmayan çubuğun titreşim sonuçları ile karşılaştırıldı.

Yıl : 2016
Sayfa Sayısı : 54
Anahtar Kelimeler : Nanoçubuk, Yerel Olmayan Elastisite, Mod Etkileşimleri, Genlik-Frekans İlişkileri,

Graduate Thesis
Nonlinear Vibration Analysis of Nanorods
Trakya University Institute of Natural Sciences
Department of Mechanical Engineering

ABSTRACT

Linear vibrations of a nano rod and nonlinear free vibration of a nano rod undergoing finite strain have been analyzed. Equation of motion has been written in terms of material coordinates. By means of Galerkin method, solutions of nonlinear equations have been determined using Fourier series satisfying some typical boundary conditions. Backbone curves and internal resonances have been presented. The results have been compared with the results of the rod which small – scale effect has not been considered.

Year : 2016
Number of Pages : 54
Keywords : Nanorod, Nonlocal Elasticity, Modal Interaction, Amplitude-Frequency Relationship

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması üzerinde kendimi geliştirmemde büyük emekleri olan Prof. Dr. Metin Aydoğdu'ya teşekkürlerimi borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

1.	GİRİŞ ……	1
2.	HAREKET DENKLEMİ ……...……...	4
2.1.	Lineer Titreşimin Hareket Denklemi ……...…….	4
2.2.	Lineer Olmayan Titreşimin Hareket Denklemi ……...…….	7
2.2.1.	Lineer Olmayan Hareket Denkleminin Yerel Olmayan Elastisite Terimi …	9
3	TİTREŞİM DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLERİ ……...……	10
3.1.	Ankastre – Ankastre Sonlu Nano Çubuk ……...……...	10
3.2	Serbest-Serbest Sonlu Nano Çubuk ……...……...	13
3.3.	Ankastre – Serbest Sonlu Nano Çubuk …….	14
4	SAYISAL SONUÇLAR ……...……	18
5	GENEL SONUÇLAR ……...……	53
	KAYNAKLAR ……...……..	
	ÖZGEÇMİŞ ……...……...	

SİMGELER

e_0	Yerel olmayan uylaşım parametresi
α	İç karakteristik uzunluk
τ_{kl}	Yerel olmayan gerilme tansörü
ε_{kl}	Gerinim tansörü
λ_L	Lame sabiti
μ_L	Lame sabiti
E_E	Elastisite modülü
ε	Yüzde uzama
u	Eksenel yerdeğiştirme
m	Birim uzunluk başına kütle
N^L	Yerel elastisite için birim uzunluk başına eksenel kuvvet
σ_{xx}	x yönündeki yerel gerilime bileşeni
A	Çubuğun kesit alanı
I	Birim matris
ρ_0	Deformasyona uğramamış düzendeki ortamın yoğunluğu
S	İkinci Piola-Kirchoff gerilme tansörü
c	Malzemenin elastik davranışını temsil eden dördüncü mertebeden tansör
E	Green-Uzama tansörü
F	Kartezyen koordinatlardaki gradyan deformasyon tansörü
ν	Poisson oranı
δ_{ij}	Kronecker delta
Ψ	Denklemi boyutsuz hale getirmek için tanımlanan değişken $(\frac{U}{l})$
ζ	Denklemi boyutsuz hale getirmek için tanımlanan değişken $(\frac{x}{l})$
l	Çubuğun deforme olmamış uzunluğu
λ	Frekans
A_n	Frekans modları (n=1, 2, 3)
μ	$e_0.\alpha$
L	Nano çubuğun boyu
t	Zaman
U(x,t)	Boylamasına deformasyon

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo Numarası	Tablo Açıklaması
4.1	Lineer olmayan titreşimin genlik değerlerine göre frekans değerleri
4.2	Lineer titreşimin belirli modlarındaki frekans parametresi değerleri

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil Numarası	Şekil Açıklaması
4.1	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.2	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.3	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.4	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.5	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.6	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.7	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.8	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.9	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)
4.10	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)
4.11	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)
4.12	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)
4.13	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)
4.14	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)
4.15	Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)

4.16 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)
4.17 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)
4.18 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)
4.19 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)
4.20 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)
4.21 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)
4.22 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.23 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.24 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.25 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.26 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.27 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.28 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.29 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.30 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)
4.31 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)
4.32 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri

(μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)

4.33 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)

4.34 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)

4.35 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)

4.36 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)

4.37 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)

4.38 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)

4.39 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)

4.40 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)

4.41 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)

4.42 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)

4.43 Ankastre - ankastre sonlu nano çubuk için A1 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.05 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

4.44 Ankastre - ankastre sonlu nano çubuk için A2 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.071 nm^2, μ=0.1 nm^2, μ=1 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

4.45 Ankastre - ankastre sonlu nano çubuk için A1 ve A2 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=1.273 nm^2, μ=1.3 nm^2, μ=1.7 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

4.46 Serbest - serbest sonlu nano çubuk için A1 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.05 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

4.47 Serbest - serbest sonlu nano çubuk için A1 ve A2 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=1.28 nm^2, μ=1.4 nm^2, μ=1.7 nm^2 μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

4.48 Serbest - serbest sonlu nano çubuk için A2 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.071 nm^2, μ=0.1 nm^2, μ=1 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

4.49 Ankastre- serbest sonlu nano çubuk için A1 ve A2 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.05 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

4.50 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için A2 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.317 nm^2, μ=0.4 nm^2, μ=1 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

4.51 Serbest – serbest sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A1 ve A3 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)

4.52 Serbest – serbest veya ankastre ankastre sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A1 ve A2 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)

4.53 Serbest – serbest veya ankastre ankastre sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A2 ve A3 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)

4.54 Ankastre - ankastre sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A1 ve A3 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)

4.55 Ankastre - serbest sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A1 ve A2 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)

4.56 Ankastre - serbest sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A2 ve A3 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Nano-ölçek üzerine çalışmalar teknolojinin hızlı bir gelişim göstermesi sonucunda hızla artmıştır. 1972'de nano boyutlarda küçük-ölçek etkisini inceleyen Eringen, yerel olmayan elastisite teorisini bilim dünyasına sunmuştur. Eringen'in gerçekleştirdiği bu çalışmaya göre referans nokta üzerindeki gerilim, hacim üzerinde olan her noktadaki gerilim alanının fonksiyonu olarak dikkate alınır [1]. Eringen'in bu çalışmasından sonra nano-ölçek etkisinin üzerine birçok makale yazılmıştır.

Peddiesson ve çalışma arkadaşları çökmeye uğrayan tek tarafı ankastre olan nano kiriş için Euler-Bernoulli kiriş teorisini yerel olmayan elastisite teorisi ile birlikte kullanmışlardır [2]. Sudak yerel olmayan elastisite teorisini kullanarak nanotüplerin düzlemsel yük altında burkulmasını incelemiştir [3]. Wang ve Hu tek duvarlı karbon nanotüplerde yerel olmayan elastisite teorisini burulma dalga yayılımına uygulayarak yerel olmayan Timoshenko kiriş teorisinin moleküler dinamik sonuçlarıyla eşleştiğini göstermişlerdir [4]. Wang ve Liew tekil ve üniform yük altındaki mikro ve nano kirişlerin eğilmesini yerel olamayan Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorilerini kullanarak incelemişlerdir [5]. Aydoğdu nanokirişlerin eğilme, burkulma ve titreşimi için genel yerel olmayan kiriş modeli geliştirmiştir [6]. Nano çubukların eksenel titreşiminin üzerindeki küçük ölçek etkisini araştırmak için Aydoğdu tarafından yerel olmayan elastik çubuk modeli geliştirilmiş ve uygulanmıştır [7]. T. Murmu ve S. Adhikari bucky topları iliştirilmiş tek duvarlı nanotüplerin yerel olmayan boylamasına titreşimini incelemiştir [8]. Çift nano çubuk sistemlerinin boylamasına titreşimleri üzerine çalışmalar yapılmıştır [9, 10]. M. Danesh ve çalışma arkadaşları yerel olmayan elastisite teorisi kullanarak konik nano çubukların eksenel titreşimi üzerinde küçük

ölçek etkisini araştırmışlardır. Nano ölçekli malzemelerin mekanik davranışlarını incelemek için yerel olmayan elastisite teorisi kullanılmıştır [11]. S. Narendar ve S. Gopalakrishnan küçük ölçek etkisini dikkate alarak birleştirilmiş çift nano çubuk sisteminin eksenel dalga yayılımı özelliklerini incelemişlerdir [12]. Nanoçubukların boylamasına titreşiminde yerel olmayan uzak mesafe etkileşimlerini araştırmak için Z. Huang tarafından fiziksel temelli yerel olmayan model kullanılmıştır [13]. S. Adhikari ve çalışma arkadaşları sönümlü yerel olmayan çubukların serbest ve zorlanmış eksenel titreşimlerini incelemiştir [14]. M. Şimşek yerel olmayan elastisite teorisini temel alarak eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş değişken kesitli konik nano çubukların boylamasına serbest titreşimini incelemiştir. Serbest titreşim frekanslarını bulmak için Galerkin yönteminden yararlanmıştır [15]. Aydoğdu elastik ortamdaki tek duvarlı karbon nanotüplerin yerel olmayan elastisite teorisini kullanarak eksenel titreşimini incelemiştir [16]. Yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak düzgün şekilli olmayan ve homojen olmayan nano çubukların eksenel titreşiminde küçük ölçek etkisini incelemek için T.P. Chang tarafından sonlu elemanlar ve diferansiyel quadrature yöntemi kullanılarak elastik çubuk modeli geliştirilmiştir. Gerçekleştirilen iki çalışmada da küçük ölçek etkisine bağlı olarak yerel olmayan frekansın yerel (klasik) frekanstan daha az olduğu sonucuna varılmıştır [17, 18]. Aydoğdu çok duvarlı karbon nanotüplerin boylamasına dalga yayılımını yerel olmayan elastisite teorisini kullanarak incelemiştir [19, 20].

Bunların dışında makro ölçülerdeki çubuklar üzerinde yapılan çalışmalarda J.C. Simo ve L. Vu-Quoc sonlu uzamaya, kesmeye ve genişlemeye maruz kalan lineer olmayan çubuk modelinin dinamiğini detaylı olarak incelemişlerdir [21]. A.V. Ramesh ve S. Utku özdeğer ve özfonksiyon cinsinden sabit şekilli çubukların eksenel sabit titreşimini tanımlayan dalga denkleminin çözümünü yaklaşım çözümlerini karşılaştırmak için bir temel olarak kullanmışlardır [22]. F. Gascón ve çalışma arkadaşları fiziksel temas olmadan zorlanmış boylamasına harmonik kuvvete uğrayan ince ve uzun çubuğun titreşimini ve en yakın ilk rezonans frekansını deneysel olarak incelemişlerdir [23]. Klasik ve klasik olmayan sınır koşulları kullanılarak tek aşamalı düzgün olmayan çubukların boylamasına serbest titreşimi için kesin çözüm yaklaşımı Q.S. Li tarafından sunulmuştur [24]. C.Y. Wang bağlı çubukların serbest titreşimini incelemiştir [25]. H. Lin ve S. Chang transfer matris metodunu kullanarak ve her bağlantı noktaları boyunca uyumluluk şartlarını dikkate alarak çoklu yay kütle

cihazlarıyla birleştirilmiş iki çubuğun boylamasına titreşimini incelemişlerdir [26]. N.G. Stephen ve çalışma arkadaşları uzun ince çubuğun harmonik dalgalarının frekans karesi ω^2'yi ve karşılık gelen yerdeğiştime alanını ifade eden bir sistematik yöntem geliştirdiler [27]**.** S. Guo ve S. Yang düzgün şekilli olmayan çubukların boylamasına serbest titreşimini seri çözümüyle sonuçlanan WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) yöntemini kullanarak incelemişlerdir [28].

Büyük deformasyon ve sonsuz küçük uzamaya uğrayan yapıların titreşimi konusunda birkaç çalışma bulunmaktadır [29, 30, 31]. Bunlara karşılık Mousavi makro ölçülerde sonlu uzamaya maruz kalan çubuğun boylamasına titreşimini incelemiştir [32]. Yine sonlu uzamaya maruz kalan çubuğun boylamasına titreşimini nano ölçülerde inceleyen bir makale bulunmamaktadır.

Bu çalışmada nano çubuğun lineer olmayan boylamasına titreşimi incelenmiştir. Malzeme koordinatlarında sonlu uzamaya maruz kalan çubuğun hareket denklemleri bulunmuştur. Lineer olmayan denklemler, ankastre-ankastre, serbest-serbest ve ankastre-serbest sınır koşullarını sağlayan Fourier serisi çözümleri kullanılarak Galerkin yöntemi yardımıyla çözüme ulaştırılmıştır. Belkemiği eğrileri olarak da adlandırılan genlik-frekans ilişkileri ve iç rezonans grafikleri sunulmuştur.

BÖLÜM 2

HAREKET DENKLEMİ

2.1. Lineer Titreşimin Hareket Denklemi

Aydoğdu nano çubuğun yerel olamayan lineer titreşiminin bünye denklemini aşağıdaki şekilde vermiştir [7].

$$\left[1-(e_0a)^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\tau_{kl}=\lambda_L\,\varepsilon_{rr}\delta_{kl}+2\mu_L\varepsilon_{kl} \tag{2.1.1}$$

τ_{kl} yerel olmayan gerilme tansörünü, ε_{kl} gerinim tansörünü, λ_L ve μ_L Lame sabitleri, a iç karakteristik uzunluk ve e_0 bir sabittir. e_0a (Uzunluk biriminde) parametresinin seçimi yerel olmayan modellerin hassasiyeti için çok önemlidir. (2.1.1) ifadesi bir boyutlu durumda aşağıdaki gibi yazılabilir.

e_0a (Uzunluk biriminde) parametresinin seçimi yerel olmayan modellerin doğruluğundan emin olmak için çok önemlidir.

$$\left[1-(e_0a)^2\frac{\partial}{\partial x^2}\right]\tau_{kl}=Y\varepsilon \tag{2.1.2}$$

Burada Y elastisite modülünü belirtir. Eksenel titreşim hareketi yapan çubuğun hareket denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir [33].

$$\frac{\partial N^L}{\partial x}=m\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \tag{2.1.3}$$

Burada u(x,y) eksenel yerdeğiştirmeyi, m birim uzunluk başına kütleyi ve N^L yerel elastisite için birim uzunluk başına eksenel kuvveti belirtir ve aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$N^L = \int_A \sigma_{xx} dA \tag{2.1.4}$$

A çubuğun kesit alanını ve σ_{xx} ise x yönündeki yerel gerilme bileşenini belirtir. (2.1.2) numaralı denklemin alan integralinin alınmasıyla aşağıdaki denkleme ulaşılır.

$$N - (e_0 a)^2 \frac{\partial}{\partial x^2} N = N^L \tag{2.1.5}$$

$N = \int_A \tau_{xx} dA$ yerel olmayan elastisite için birim uzunluk başına eksenel kuvveti belirtir. Yerel olmayan elastisitede eksenel serbest titreşim yapan çubuğun yerdeğiştirme cinsinden hareket denklemine (2.1.3) ve (2.1.5) numaralı denklemler kullanılarak ulaşılabilir.

$$Y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left[1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right] m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \tag{2.1.6}$$

Yukarıdaki denklem, ince çubuğun eksenel titreşimi için yerel olmayan çubuk modelinin temel denklemidir. $e_0 a = 0$ olduğunda denklem, klasik çubuk modelinin denklemine indirgenir.

Çubuğun serbest eksenel titreşiminin incelenmesi için (2.1.6) numaralı denklem belirlenen sınır koşulları için çözülebilir. Harmonik titreşim olduğu kabul edilip, değişkenlerine ayırma çözüm yöntemi kullanılarak u(x,t), aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$u(x,t) = F(x) \sin \omega t \tag{2.1.7}$$

(2.1.7) numaralı denklemi (2.1.6) numaralı denklemde yerine koyduğumuzda aşağıdaki denklemi elde ederiz;

$$\frac{d^2 F}{dx^2} + \beta^2 F = 0 \tag{2.1.8}$$

Yukarıdaki denklemdeki β ve Ω aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\beta^2 = \frac{\Omega^2}{1 - (\frac{(e_0 a)^2}{L^2})\Omega^2} \tag{2.1.9}$$

$$\Omega^2 = \frac{m\omega^2 L^2}{YA} \tag{2.1.10}$$

Ω boyutsuz frekans parametresidir. (2.1.8) denkleminin çözümü aşağıdaki gibi bulunur.

$$F(x) = A_1 \cos(\beta x) + B_1 \sin(\beta x) \tag{2.1.11}$$

Frekans parametresinin ve mod şekillerinin belirlenebilmesi için çubuğun sınır koşullarının verilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

Ankastre-ankastre sınır koşulları için aşağıdaki denklemler geçerlidir.

$$u(0,t) = u(1,t) = 0 \tag{2.1.12}$$

Yukarıdaki denklemi (2.1.11) numaralı denklemde kullanırsak aşağıdaki çözüme ulaşırız;

$$A_1 = 0 \tag{2.1.13}$$

$$B_1 \sin\beta = 0 \tag{2.1.14}$$

İkinci denklemi sağlamak için $\beta = k\pi; k = 1,2, \ldots$ olarak seçilebilir. Denklem (2.1.9) ve (2.1.10) kullanılarak ankastre-ankastre bağlı çubuk için aşağıdaki frekans parametresi bulunur.

$$\Omega^2 = \frac{(k\pi)^2}{1+(\frac{(e_0a)^2}{L^2})(k\pi)^2} \tag{2.1.15}$$

Bu denklem yerel olmayan parametrenin (e_0a) etkisini göstermektedir. Sıfır olmayan bir değer boyutsuz frekans parametresinin değerini azaltır.

Ankastre-serbest sınır koşulları için aşağıdaki denklemler geçerlidir.

$$u(0,t) = N(1,t) = 0 \tag{2.1.16}$$

Yukarıdaki denklemi (2.1.11) numaralı denklemde kullanırsak aşağıdaki çözüme ulaşırız.

$$A_2 = 0 \tag{2.1.17}$$

$$B_2 \cos\beta = 0 \tag{2.1.18}$$

İkinci denklemi sağlamak için $\beta = \frac{(2k-1)\pi}{2}; k = 1,2, \ldots$ olarak seçilebilir. Denklem (2.1.9) ve (2.1.10) kullanılarak ankastre-serbest bağlı çubuk için aşağıdaki frekans parametresi bulunur;

$$\Omega^2 = \frac{[(2k\text{-}1)(\pi/2)]^2}{1+(\frac{(e_0a)^2}{L^2})[(2k\text{-}1)(\pi/2)]^2} \tag{2.1.19}$$

Yukarıdaki denklemde de belirli bir yerel olmayan parametre e_0a için yerel olmayan etkiler ve L değerleri frekans parametresinin değerini azaltır.

2.2. Lineer Olmayan Titreşimin Hareket Denklemi

Deformasyon gradyan tansörü aşağıdaki gibi verilebilir [33].

$$\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla}\mathrm{u} + \mathbf{I} \tag{2.2.1}$$

Burada u ve **I** sırasıyla yer değiştirme vektörünü ve birim matrisi belirtir. Malzeme koordinatları cinsinden sonlu uzamaya maruz kalan bir ortamdaki cismin üzerine etkiyen kuvvetlerin yokluğunda hareket denklemleri aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\nabla.[\mathrm{SF}^{\mathrm{T}}] = \rho_0 \frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}^2} \tag{2.2.2}$$

ρ_0 deformasyona uğramamış düzendeki ortamın yoğunluğu ve S ise ikinci Piola-Kirchoff gerilme tansörüdür. Hook yasası aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\mathrm{S} = \mathrm{cE} \tag{2.2.3}$$

Burada c, malzemenin elastik davranışını temsil eden dördüncü mertebeden tansör ve E ise aşağıdaki şekilde yazılan Green-Uzama tansörüdür.

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}[\mathrm{F}^{\mathrm{T}}\mathrm{F} - \mathrm{I}] \tag{2.2.4}$$

Çubuğun yanal sınır şartlarını sınırlandırırsak ve sadece boylamasına deformasyon U(x,t)'nin gerçekleştiğini kabul edersek, kartezyen koordinatlardaki gradyan deformasyon tansörü köşegen matris haline gelir.

$$\mathrm{F}_{\mathrm{xx}} = 1 + \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}} \tag{2.2.5}$$

$$\mathrm{F}_{\mathrm{yy}} = 1 \tag{2.2.6}$$

$$\mathrm{F}_{\mathrm{zz}} = 1 \tag{2.2.7}$$

Green-Uzama tansöründe sadece sıfır olamayan elemanı ele alırsak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\mathrm{E}_{\mathrm{xx}} = (1 + \frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}})\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}} \tag{2.2.8}$$

Elastiklik modülü Y ve Poisson oranı ν olan izotropik malzemeler için, gerilme-uzama ilişkileri aşağıdaki şekilde olur.

$$S_{ij} = \frac{Y}{1+\nu}\left[E_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} E_{kk}\delta_{ij}\right] \tag{2.2.9}$$

δ_{ij} Kronecker deltayı belirtir. (2.2.8) numaralı denklemi (2.2.9) numaralı denklemde yerine koyarsak, kayma gerilmelerinin yok olduğunu gözlemleriz ve normal gerilme elemanları aşağıdaki şekilde yazılır.

$$S_{xx} = \frac{Y(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial x}\right)\frac{\partial U}{\partial x} \tag{2.2.10}$$

$$S_{yy} = S_{zz} = \frac{Y\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial x}\right)\frac{\partial U}{\partial x} \tag{2.2.11}$$

(2.2.2) numaralı denklem, (2.2.5), (2.2.6), (2.2.7), (2.2.10) ve (2.2.11) numaralı denklemler yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + 2\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{2}{3}\right]\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{2\rho_0(1+\nu)(1-2\nu)}{3Y(1-\nu)}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \tag{2.2.12}$$

Sonsuz deformasyondaki ortamın özel bir durumunda, (2.2.12) numaralı denklemdeki lineer olmayan terimler önemsiz olur aşağıdaki denkleme ulaşılır.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\rho_0(1+\nu)(1-2\nu)}{\mu(1-\nu)}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \tag{2.2.13}$$

Denklemi boyutsuz hale getirmek için, aşağıdaki boyutsuz değişkenler tanımlanır.

$$\Psi = \frac{U}{l} \tag{2.2.14}$$

$$\zeta = \frac{x}{l} \tag{2.2.15}$$

l çubuğun deforme olmamış uzunluğunu tanımlar. (2.2.12) ve (2.2.13) numaralı denklemler (2.2.14) ve (2.2.15) numaralı denklemlere göre düzenlenirse aşağıdaki denklemlere ulaşılır.

$$\left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}\right) + \frac{2}{3}\right]\frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} = \frac{2}{3}\delta\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \tag{2.2.16}$$

ve

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2} = \delta\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \tag{2.2.17}$$

$$\delta = \frac{\rho_0 l^2(1+\nu)(1-2\nu)}{\mu(1-\nu)} \tag{2.2.18}$$

Boyutsuz hareket denklemi aşağıdaki gibi tanımlıdır [32].

$$\left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}\right) + \frac{2}{3}\right]\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2} = \frac{2}{3}\delta\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \tag{2.2.19}$$

Yukarıdaki denklemde δ aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\delta = \rho_0 l^2(1+\nu)(1-2\nu)/\mu(1-\nu) \tag{2.2.20}$$

2.2.1. Lineer Olmayan Hareket Denkleminin Yerel Olmayan Elastisite Terimi

Yerel olmayan durum için hareket denklemi (2.1.3-2.1.5) ve (2.2.10) kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}\right) + \frac{2}{3}\right]\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2} = \frac{2}{3}\delta\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{2}{3}\delta\frac{\mu}{L^2}\frac{\partial^4\psi}{\partial\zeta^2\,\partial t^2} \tag{2.2.21}$$

BÖLÜM 3

TİTREŞİM DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLERİ

Sınır koşullarını sağlayan 3 terimli Fourier serisi çözüm varsayımı kullanılarak zamana ve uzay değişkenlerine bağlı Galerkin yöntemi yardımıyla (2.2.21) numaralı lineer olmayan denklem çözülebilir. Ankastre-ankastre, serbest-serbest ve ankastre-serbest olmak üzere üç farklı sınır koşulları için çözümler gerçekleştirilmiştir.

3.1.Ankastre – Ankastre Sonlu Nano Çubuk

Bu durumdaki sınır şartları aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\psi(0,t) = 0 \tag{3.1.1}$$

$$\psi(1,t) = 0 \tag{3.1.2}$$

Sınır şartlarını sağlayan hareket denkleminin çözümünün harmonik Fourier serisi açılımı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\psi(\zeta,t) = \sum_{n=1}^{3} A_n \sin(n\pi\zeta)\cos(\lambda t) \tag{3.1.3}$$

Galerkin metodu uygulamasıyla aşağıdaki denkleme erişilir.

$$\frac{2}{T}\int_0^T \int_0^1 R(\zeta,t)\sin(n\pi\zeta)\cos(\lambda t)\,\partial\zeta\,\partial t = 0 \tag{3.1.4}$$

Yukarıdaki denklemde n=1,2,3 ve $T=2\pi/\lambda$'dir.

Kalan; R(ζ,t), (3.1.3) numaralı denklemin (2.2.21) numaralı denklemde yerine konulmasıyla belirlenir ve aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\begin{aligned} R(\zeta,t) = \pi^2 \Big[& \big(A_1\pi\cos(\pi\zeta) + 2A_2\pi\cos(2\pi\zeta) + 3A_3\pi\cos(3\pi\zeta)\big)^2(\cos(\lambda t))^2 \\ & + 2\big(A_1\pi\cos(\pi\zeta) + 2A_2\pi\cos(2\pi\zeta) + 3A_3\pi\cos(3\pi\zeta)\big)(\cos(\lambda t)) \\ & + \frac{2}{3}\Big][A_1\pi\sin(\pi\zeta) + 4A_2\pi\sin(2\pi\zeta) + 9A_3\pi\sin(3\pi\zeta)]\cos(\lambda t) \\ & - \frac{2}{3}\delta\lambda^2[A_1\pi\sin(\pi\zeta) + A_2\pi\sin(2\pi\zeta) + A_3\pi\sin(3\pi\zeta)]\cos(\lambda t) \\ & - \frac{\mu}{L^2}\frac{2}{3}\pi^2\delta\lambda^2[A_1\pi\sin(\pi\zeta) + 4A_2\pi\sin(2\pi\zeta) + 9A_3\pi\sin(3\pi\zeta)] \end{aligned} \tag{3.1.5}$$

Gerekli işlemlerin yapılması sonrası (3.1.4) numaralı denklem, titreşimin genlik ve frekansını içeren 3 adet cebirsel denklem halini alır ve aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\begin{aligned} & \frac{3\pi^4}{4}\Big[\frac{1}{8}{A_1}^3 + {A_2}^2A_1 + \frac{9}{4}{A_3}^2A_1 + \frac{3}{8}{A_1}^2A_3 + \frac{3}{2}{A_2}^2A_3\Big] \\ & \qquad + \frac{1}{3}A_1\left(\pi^2 - \delta\lambda^2 - \pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}\right) = 0 \end{aligned} \tag{3.1.6}$$

$$A_2\left[\frac{3\pi^4}{4}\left(2{A_2}^2 + {A_1}^2 + 9{A_3}^2 + 3A_1A_3\right) + \frac{1}{3}\left(4\pi^2 - \delta\lambda^2 - 4\pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}\right)\right] = 0 \tag{3.1.7}$$

$$\begin{aligned} & \frac{3\pi^4}{4}\Big[\frac{1}{8}{A_1}^3 + \frac{81}{8}{A_3}^3 + \frac{9}{4}{A_1}^2A_3 + 9{A_2}^2A_3 + \frac{3}{2}A_1{A_2}^2\Big] \\ & \qquad + \frac{1}{3}A_3\left(9\pi^2 - \delta\lambda^2 - 9\pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}\right) = 0 \end{aligned} \tag{3.1.8}$$

Yukarıdaki denklemde μ ve L sabitlerdir.

Aşikar olmayan çözüm gerçekleştirerek (3.1.6) (3.1.7) ve (3.1.8) numaralı denklem sistemleri elde edilir.

I. A_2=A_3=0 yazılıp (3.1.6) numaralı denklemde yerine koyularak aşağıdaki denklemlere ulaşılır.

$$A_1 = \pm\frac{4\sqrt{2}}{3\pi^2}\sqrt{\delta\lambda^2 + \pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2} - \pi^2} \tag{3.1.9}$$

ve

$$\delta\lambda^2 + \pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2} - \pi^2 \geq 0 \tag{3.1.10}$$

II. $A_1=A_3=0$ yazılıp (3.1.7) numaralı denklemde yerine koyularak aşağıdaki denklemlere ulaşılır.

$$A_2 = \pm\frac{\sqrt{2}}{3\pi^2}\sqrt{\delta\lambda^2 + 4\pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2} - 4\pi^2} \tag{3.1.11}$$

ve

$$\delta\lambda^2 + 4\pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2} - 4\pi^2 \geq 0 \tag{3.1.12}$$

III. $A_1=A_2=0$ yazılıp (3.1.8) numaralı denklemde yerine koyularak aşağıdaki denklemlere ulaşılır.

$$A_3 = \pm\frac{4}{9\sqrt{6}\pi^2}\sqrt{\delta\lambda^2 + 9\pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2} - 9\pi^2} \tag{3.1.13}$$

ve

$$\delta\lambda^2 + 9\pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2} - 9\pi^2 \geq 0 \tag{3.1.14}$$

Yukarıdaki durumlar için belkemiği eğrileri 4.1 – 4.21 arası şekillerde sunulmuştur.

IV. Birinci, ikinci ve üçüncü modlar arasındaki etkileşim incelenirse, iç rezonans olup olmadığı belirlenebilir. Ankastre – ankastre sonlu çubuk için (3.1.6) (3.1.7) ve (3.1.8) numaralı denklemler sistemi kullanılarak birinci - üçüncü, birinci - ikinci ve ikinci - üçüncü modlar arasında iç rezonans olduğu sonucuna aşağıdaki şekilde varılır.

$A_2 = 0,\ A_1 \neq 0,\ A_3 \neq 0$ (3.1.15)

Yukarıdaki şartları (3.1.6) (3.1.7) ve (3.1.8) numaralı denklemler sistemine uygulayıp $\delta\lambda^2$'yi elimine edersek aşağıdaki titreşimin birinci ve üçüncü modları arasındaki etkileşimini belirleyen denkleme ulaşılır ve aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\frac{\frac{9\pi^2}{16}A_3\left[\frac{1}{2}A_1^2 + 9A_3^2 + \frac{3}{2}A_1A_3\right] + A_3}{1 + \pi^2\left(\frac{\mu}{L^2}\right)} - \frac{\frac{9\pi^2}{16}\left[\frac{1}{2}A_1^3 + \frac{81}{2}A_3^3 + 9A_1^2A_3\right] + 9A_3}{1 + 9\pi^2\left(\frac{\mu}{L^2}\right)} = 0 \tag{3.1.16}$$

İç rezonans, yukarıdaki denklemde A_1 ve A_3'ün gerçel değerleri ile sağlandığı takdirde vardır. (3.1.16) numaralı denklemde olduğu gibi $A_3 = 0,\ A_1 \neq 0,\ A_2 \neq 0$ ve $A_1 = 0,\ A_2 \neq 0,$

$A_3 \neq 0$ için ulaşılan denklemler de A_1, A_2 ve A_3'ün gerçel değerleriyle sağlanır. Bundan dolayı ankastre-ankastre sonlu nano çubuk için birinci - üçüncü, birinci - ikinci ve ikinci - üçüncü modlar arasında iç rezonans vardır. Ankastre – ankastre sonlu nano çubuk için iç rezonans durumunda A_1 ve A_3'ün frekans denklemi aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\lambda = \frac{\frac{\pi}{\sqrt{\delta}}\left[\frac{9\pi^2}{16}\left(\frac{1}{2}A_1^2 + 9A_3^2 + \frac{3}{2}A_1A_3\right) + 1\right]^{\frac{1}{2}}}{\left(1 + \pi^2\left(\frac{\mu}{L^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{3.1.17}$$

3.2.Serbest-Serbest Sonlu Nano Çubuk

Bu durumda sınır şartları $\partial\Psi(0,t)/\partial x=0$ ve $\partial\Psi(l,t)/\partial x=0$'dır. (2.2.21) numaralı denklemin çözümü aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\Psi(\zeta, t) = \sum_{n=1}^{3} A_n \cos(n\pi\zeta)\cos(\lambda t) \tag{3.2.1}$$

Galerkin metodu uygulamasıyla aşağıdaki cebirsel denklemler sistemi elde edilir.

$$\frac{3\pi^4}{4}\left[\frac{1}{8}{A_1}^3 + {A_2}^2A_1 + \frac{9}{4}{A_3}^2A_1 - \frac{3}{8}{A_1}^2A_3 + \frac{3}{2}{A_2}^2A_3\right] + \frac{1}{3}A_1\left(\pi^2 - \delta\lambda^2 - \pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}\right) = 0 \tag{3.2.2}$$

$$A_2\left[\frac{3\pi^4}{4}\left(2{A_2}^2 + {A_1}^2 + 9{A_3}^2 + 3A_1A_3\right) + \frac{1}{3}\left(4\pi^2 - \delta\lambda^2 - 4\pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}\right)\right] = 0 \tag{3.2.3}$$

$$\frac{3\pi^4}{4}\left[-\frac{1}{8}{A_1}^3 + \frac{81}{8}{A_3}^3 + \frac{9}{4}{A_1}^2A_3 + 9{A_2}^2A_3 + \frac{3}{2}A_1{A_2}^2\right] + \frac{1}{3}A_3\left(9\pi^2 - \delta\lambda^2 - 9\pi^2\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}\right) = 0 \tag{3.2.4}$$

I. Yukarıdaki denklemlerin aşikar olmayan çözümleri (3.1.6) (3.1.7) ve (3.1.8) numaralı denklemler ile benzerdir. Bu sebeple 4.1 – 4.21 arası şekiller çatallanma noktalarını ve belkemiği eğrilerini gösterir.

II. Birinci, ikinci ve üçüncü modlar arasındaki etkileşim incelenirse, iç rezonans olup olmadığı belirlenebilir. Serbest – serbest sonlu çubuk için (3.2.2) (3.2.3) ve (3.2.8) numaralı denklemler sistemi kullanılarak birinci - üçüncü, birinci - ikinci

ve ikinci - üçüncü modlar arasında iç rezonans olduğu sonucuna aşağıdaki şekilde varılır.

$A_2 = 0,\ A_1 \neq 0,\ A_3 \neq 0$ (3.2.5)

Yukarıdaki şartları (3.2.2) (3.2.3) ve (3.2.8) numaralı denklemler sistemine uygulayıp $\delta\lambda^2$'yi elimine edersek titreşimin birinci ve üçüncü modları arasındaki etkileşimini belirleyen denkleme ulaşılır ve aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\frac{\frac{9\pi^2}{4}\left[\frac{1}{8}A_1^2A_3 + \frac{9}{4}A_3^2 - \frac{3}{8}A_1A_3^2\right] + A_3}{1 + \pi^2\left(\frac{\mu}{L^2}\right)} - \frac{\frac{9\pi^2}{4}\left[-\frac{1}{8}A_1^3 + \frac{81}{8}A_3^3 + \frac{9}{4}A_1^2A_3\right] + 9A_3}{1 + 9\pi^2\left(\frac{\mu}{L^2}\right)} = 0 \quad (3.2.6)$$

İç rezonans, yukarıdaki denklemde A_1 ve A_3'ün gerçel değerleri ile sağlandığı takdirde vardır. (3.2.6) numaralı denklemde olduğu gibi A_3=0, A_1≠0, A_2≠0 ve A_1=0, A_2 ≠0, A_3≠0 için ulaşılan denklemler de A_1, A_2 ve A_3'ün gerçel değerleriyle sağlanır. Bundan dolayı serbest-serbest sonlu nano çubuk için birinci - üçüncü, birinci - ikinci ve ikinci - üçüncü modlar arasında iç rezonans vardır. Serbest- serbest sonlu nano çubuk için iç rezonans durumundaki A_1 ve A_3'ün frekans denklemi aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\lambda = \frac{\frac{\pi}{\sqrt{\delta}}\left[\frac{9\pi^2}{16}\left(\frac{1}{2}A_1^2 + 9A_3^2 - \frac{3}{2}A_1A_3\right) + 1\right]^{\frac{1}{2}}}{\left(1 + \pi^2\left(\frac{\mu}{L^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.2.7)$$

3.3.Ankastre – Serbest Sonlu Nano Çubuk

ζ=0'da ankastre ve ζ=1'deki serbest sınır koşuluna sahip çubuk için çözüm aşağıdaki şekilde ele alınabilir.

$$\Psi(\zeta, t) = \sum_{n=1}^{3} A_n \sin[(2n-1)\pi\zeta/2]\cos(\lambda t) \quad (3.3.1)$$

(3.1) bölümüne benzer olarak cebirsel denklemler sistemi aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\frac{3\pi^4}{64}\left[\frac{1}{8}{A_1}^3+\frac{9}{4}{A_2}^2A_1+\frac{25}{4}{A_3}^2A_1+\frac{3}{8}{A_1}^2A_2+\frac{15}{4}A_1A_2A_3+\frac{45}{8}{A_2}^2A_3\right]$$
$$+\frac{1}{3}A_1\left(\frac{\pi^2}{4}-\delta\lambda^2-\frac{\pi^2}{4}\frac{\mu}{L^2}\delta\lambda^2\right)=0 \tag{3.3.2}$$

$$\frac{3\pi^4}{64}\left[\frac{1}{8}{A_1}^3-\frac{9}{8}{A_1}^2A_3+\frac{45}{4}A_1A_2A_3+\frac{9}{4}{A_1}^2A_2+\frac{81}{8}{A_2}^3+\frac{225}{4}{A_2}^2A_3\right]$$
$$+\frac{1}{3}A_2\left(\frac{9\pi^2}{4}-\delta\lambda^2-\frac{9\pi^2}{4}\frac{\mu}{L^2}\delta\lambda^2\right)=0 \tag{3.3.3}$$

$$\frac{3\pi^4}{64}\left[\frac{1}{8}A_1{A_2}^2+\frac{15}{8}{A_1}^2A_2+\frac{25}{4}{A_1}^2A_3+\frac{225}{4}{A_2}^2A_3+\frac{625}{8}{A_3}^3\right]$$
$$+\frac{1}{3}A_3\left(\frac{25\pi^2}{4}-\delta\lambda^2-\frac{25\pi^2}{4}\frac{\mu}{L^2}\delta\lambda^2\right)=0 \tag{3.3.4}$$

Yukarıdaki denklemlerin aşikar olmayan çözümleri aşağıdaki şekilde yazılır.

I. A_2=A_3=0 yazılıp (3.3.2) numaralı denklemde yerine koyulursa aşağıdaki denklemlere ulaşılır.

$$A_1=\pm\frac{16\sqrt{2}}{3\pi^2}\sqrt{\delta\lambda^2-\frac{\pi^2}{4}+\frac{\pi^2}{4}\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}} \tag{3.3.5}$$

ve

$$\delta\lambda^2-\frac{\pi^2}{4}+\frac{\pi^2}{4}\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}\geq 0 \tag{3.3.6}$$

II. A_1=A_3=0 yazılıp (3.3.3) numaralı denklemde yerine koyulursa aşağıdaki denklemlere ulaşılır

$$A_2=\pm\frac{16\sqrt{2}}{27\pi^2}\sqrt{\delta\lambda^{2-\frac{9\pi^2}{4}}+\frac{9\pi^2}{4}\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}} \tag{3.3.7}$$

ve

$$\delta\lambda^2-\frac{9\pi^2}{4}+\frac{9\pi^2}{4}\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}\geq 0 \tag{3.3.8}$$

III. A_1=A_2=0 yazılıp (3.3.4) numaralı denklemde yerine koyulursa aşağıdaki denklemlere ulaşılır.

$$A_3=\pm\frac{16\sqrt{2}}{75\pi^2}\sqrt{\delta\lambda^2-\frac{25\pi^2}{4}+\frac{25\pi^2}{4}\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2}} \tag{3.3.9}$$

ve

$$\delta\lambda^2 - \frac{25\pi^2}{4} + \frac{25\pi^2}{4}\lambda^2\delta\frac{\mu}{L^2} \geq 0 \qquad (3.3.10)$$

Çatallanma noktaları (13) numaralı denklemden elde edilen lineer titreşimin doğal frekansları ile çakışır ve belkemiği eğrileri 4.22 – 4.42 arası şekillerde sunulmuştur.

IV. Birinci, ikinci ve üçüncü modlar arasındaki etkileşim incelenirse, iç rezonans olup olmadığı belirlenebilir. Ankastre – serbest sonlu çubuk için (3.3.2), (3.3.3) ve (3.3.4) numaralı denklemler sistemi kullanılarak birinci – ikinci ve ikinci – üçüncü modlar arasında iç rezonans olduğu, birinci ve üçüncü modlar arasında iç rezonans olmadığı sonucuna aşağıdaki şekilde varılır.

$A_3 = 0,\ A_1 \neq 0,\ A_2 \neq 0 \qquad (3.3.11)$

Yukarıdaki şartları (3.3.2), (3.3.3) ve (3.3.4) numaralı denklemler sistemine uygulayıp $\delta\lambda^2$'yi elimine edersek aşağıdaki titreşimin birinci ve ikinci modları arasındaki etkileşimini belirleyen denkleme ulaşılır ve aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\frac{\frac{9\pi^2}{32}\left[\frac{1}{8}A_1^2A_2 + \frac{9}{4}A_2^3 + \frac{3}{8}A_1A_2^2\right] + \frac{A_2}{2}}{1 + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\mu}{L^2}\right)} - \frac{\frac{9\pi^2}{32}\left[\frac{1}{8}A_1^3 + \frac{9}{4}A_1^2A_2 + \frac{81}{8}A_2^3\right] + \frac{9A_2}{2}}{1 + \frac{9\pi^2}{4}\left(\frac{\mu}{L^2}\right)} = 0 \qquad (3.3.12)$$

İç rezonans, yukarıdaki denklemde A_1 ve A_2'nin gerçel değerleri ile sağlandığı takdirde vardır. (3.3.12) numaralı denklem A_1 ve A_2'nin gerçel değerleriyle sağlandığı gibi A_1=0, A_2≠0, A_3≠0 için ulaşılan denklem A_2 ve A_3'nin gerçel değerleriyle sağlanır fakat $A_2 = 0$, $A_1 \neq 0$, $A_3 \neq 0$ için ulaşılan denklem A_1 ve A_3'nin gerçel değerleriyle sağlanmaz. Bundan dolayı ankastre-serbest sonlu nano çubuk için birinci – ikinci ve ikinci – üçüncü modlar arasında iç rezonans varken birinci ve üçüncü modlar arasında iç rezonans yoktur. Ankastre – serbest sonlu nano çubuk için iç rezonans durumunda A_1 ve A_2'nin frekans denklemi aşağıdaki şekildedir.

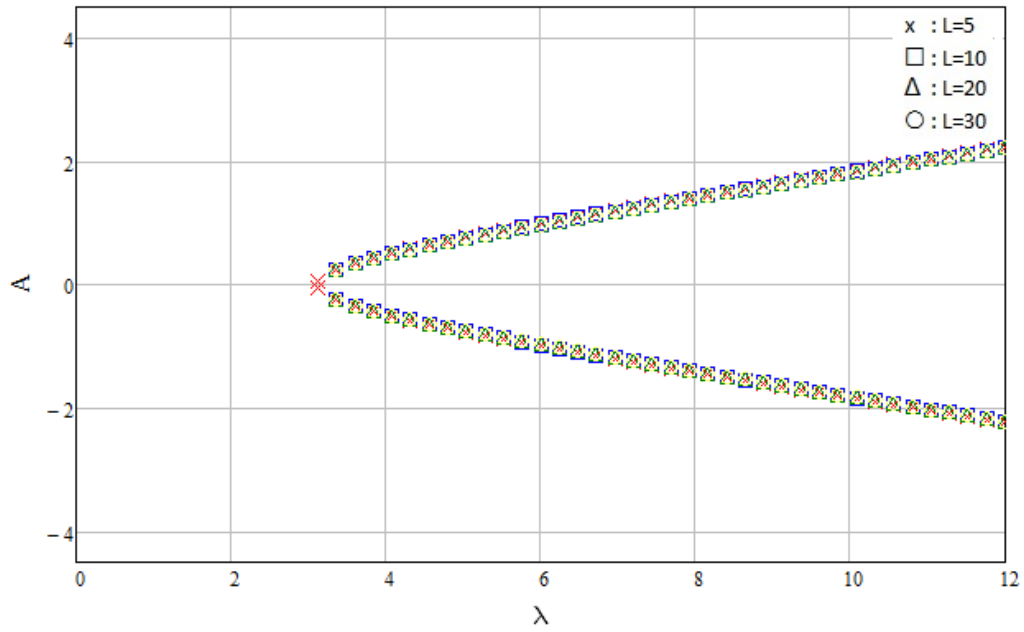
$$\lambda = \frac{\frac{\pi}{2\sqrt{\delta}}\left[\frac{9\pi^2}{64}\left(\frac{1}{2}A_1^2 + 9A_2^2 + \frac{3}{2}A_1A_2\right) + 1\right]^{\frac{1}{2}}}{\left(1 + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\mu}{L^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (3.3.13)$$

BÖLÜM 4

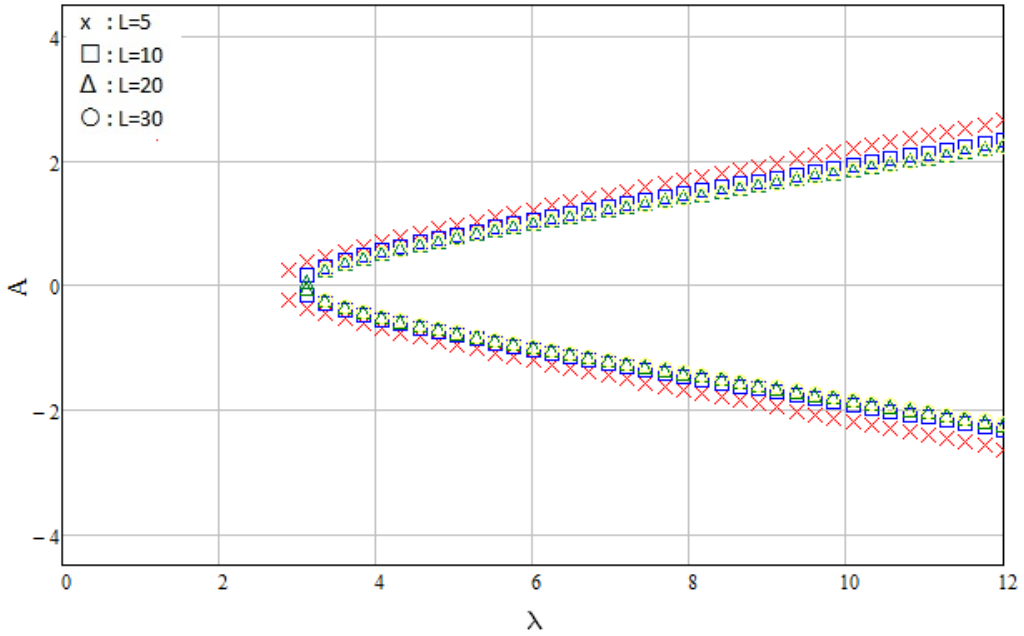
SAYISAL SONUÇLAR

Serbest-serbest ve ankastre-ankastre sınır koşulları için Galerkin metodu uygulanması sonrası elde edilen denklem sistemlerinin çözümü sonrası benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bu sebeple belkemiği eğrileri olarak da adlandırılan genlik-frekans ilişkileri her iki sınır şartları için de aynı grafikler üzerinde sunulmuştur.

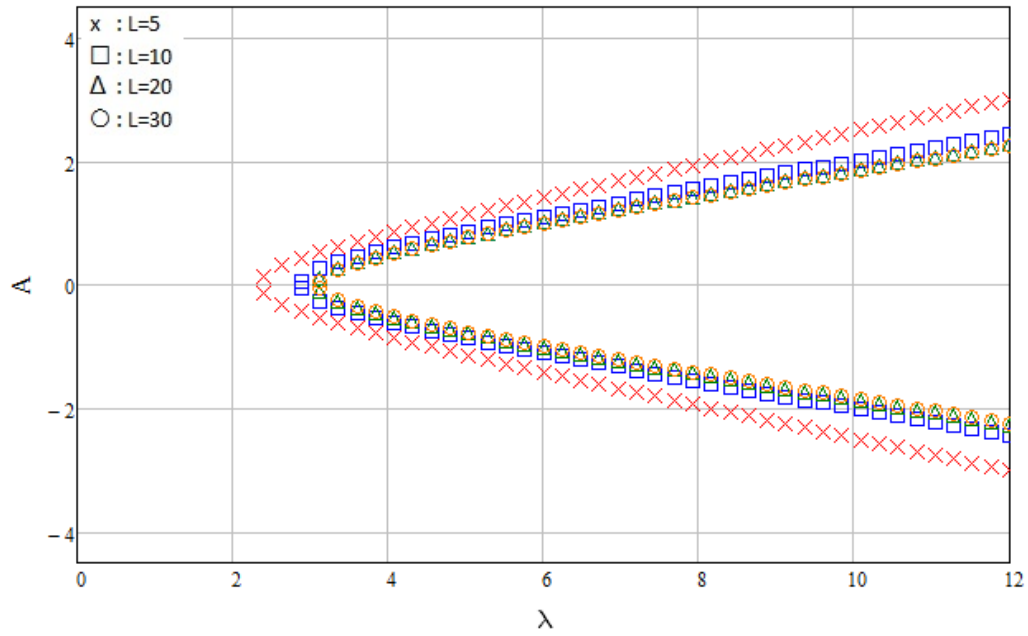
Serbest – serbest veya ankastre – ankastre sonlu nano çubuklar için μ değeri sabit tutulup L değeri değiştirilerek çizilen belkemiği eğrileri aşağıda sunulmuştur.



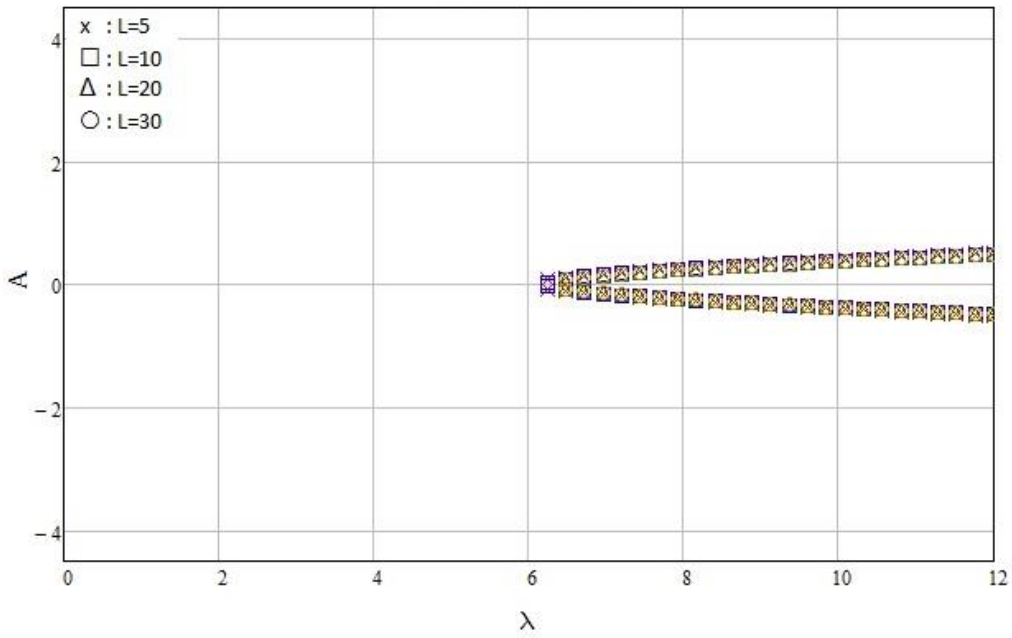
Şekil 4.1 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)



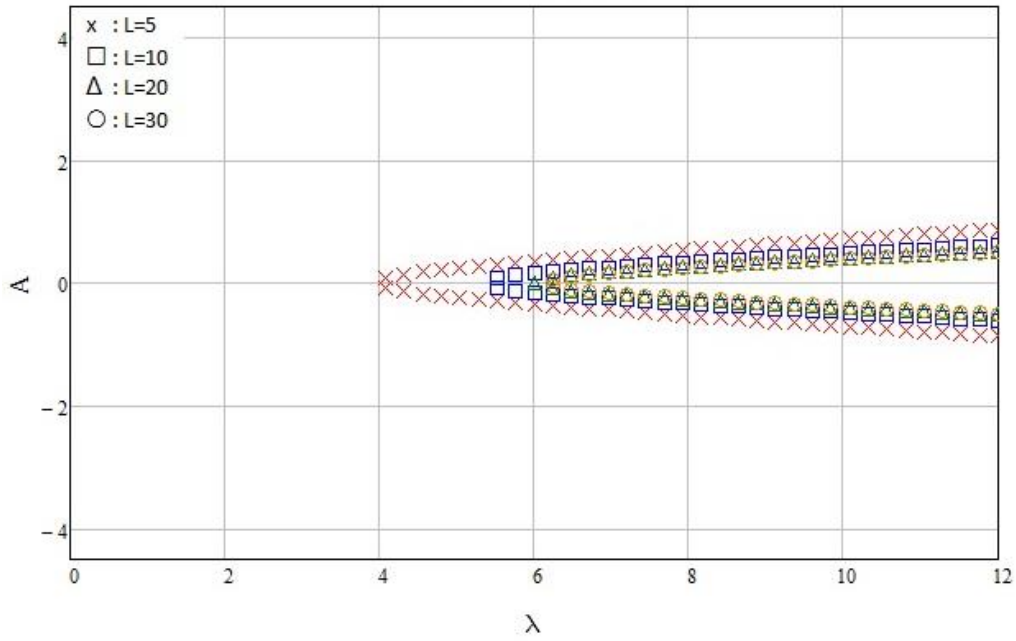
Şekil 4.2 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)



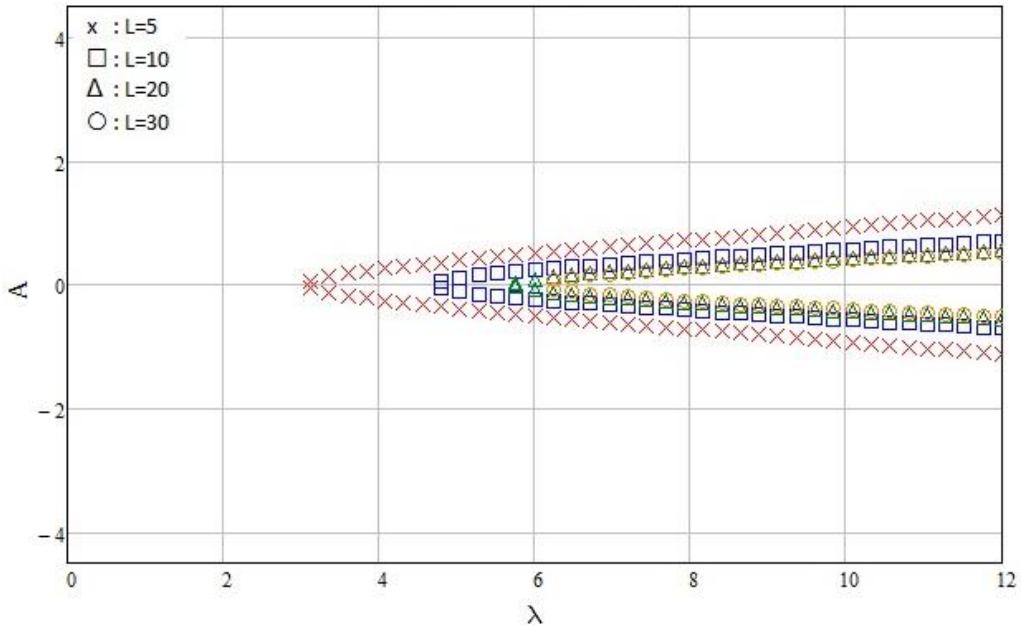
Şekil 4.3 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)



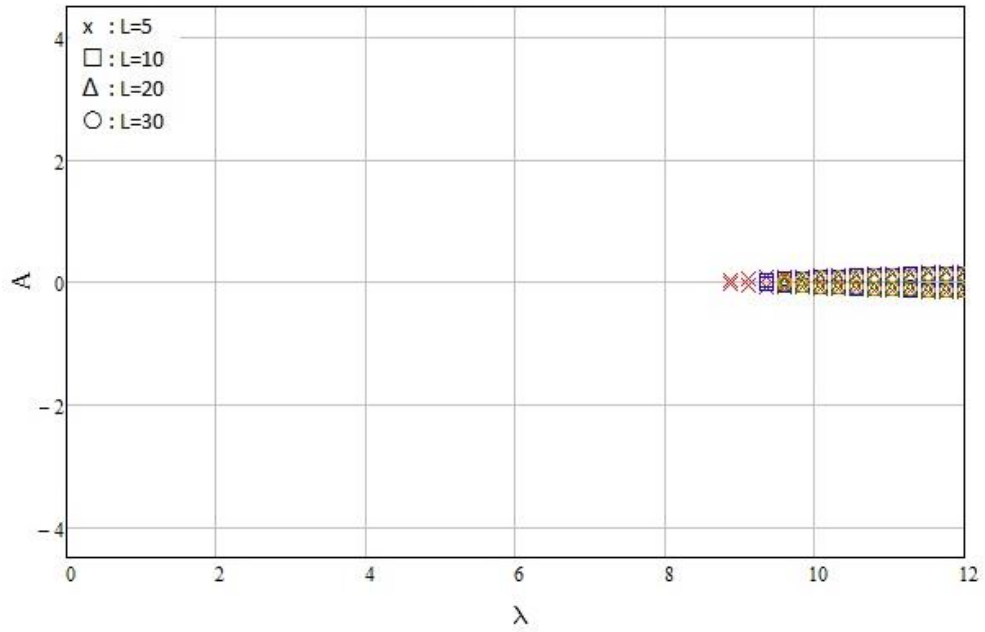
Şekil 4.4 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)



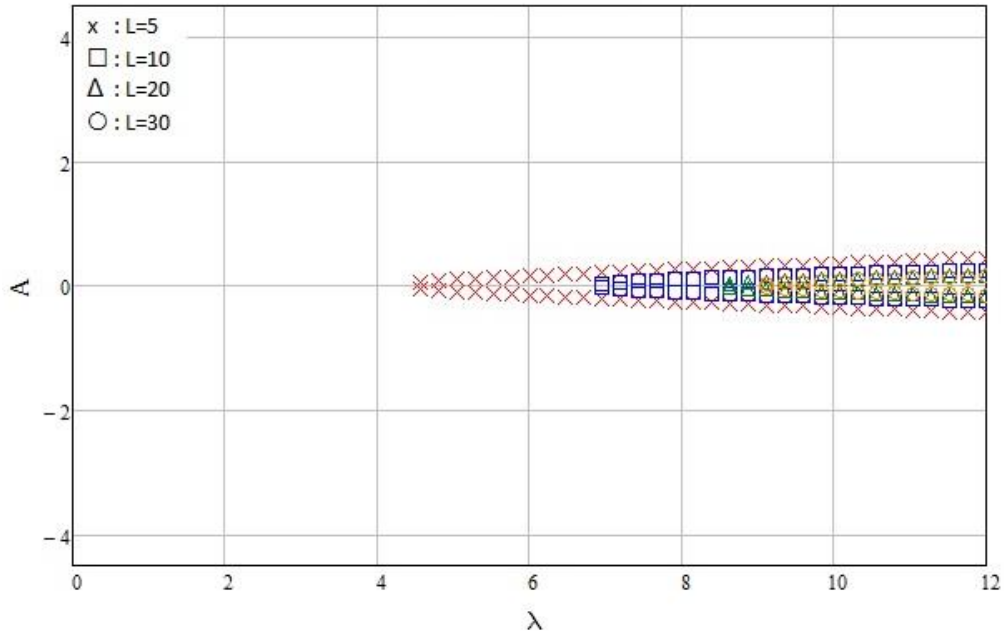
Şekil 4.5 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)



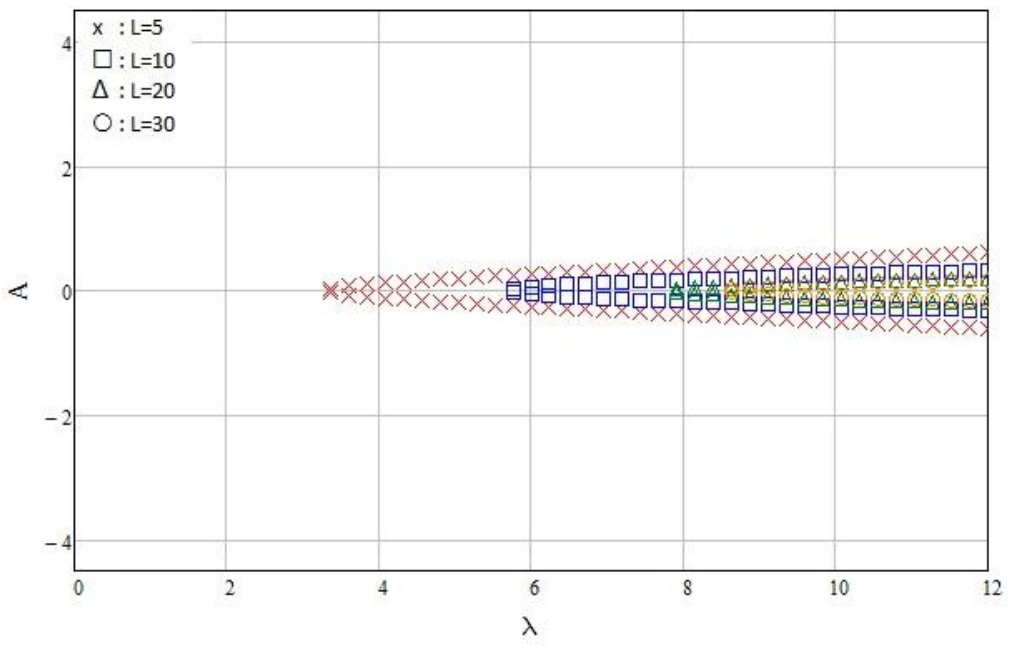
Şekil 4.6 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)



Şekil 4.7 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)



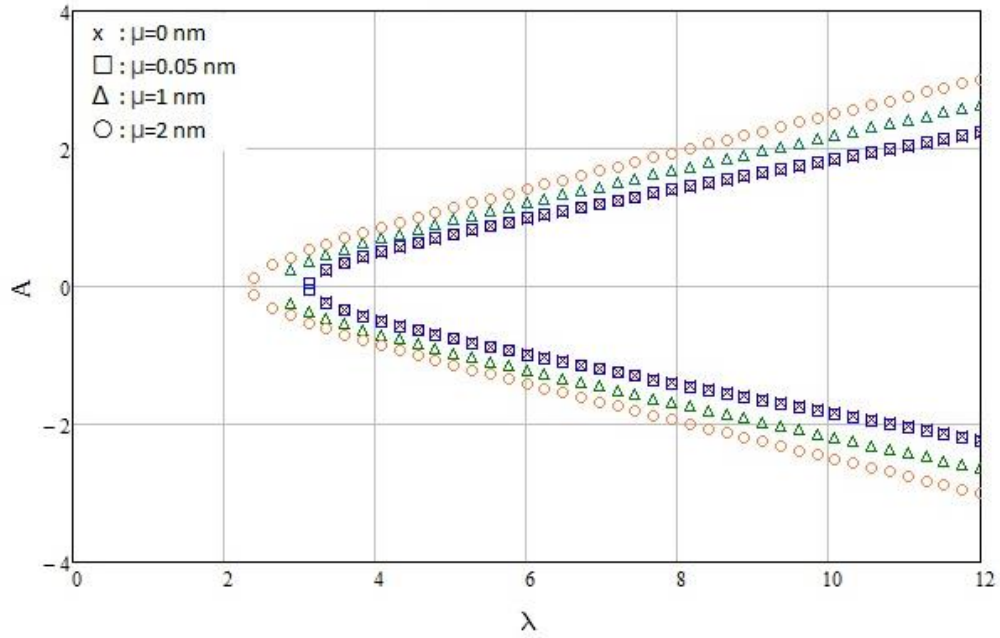
Şekil 4.8 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)



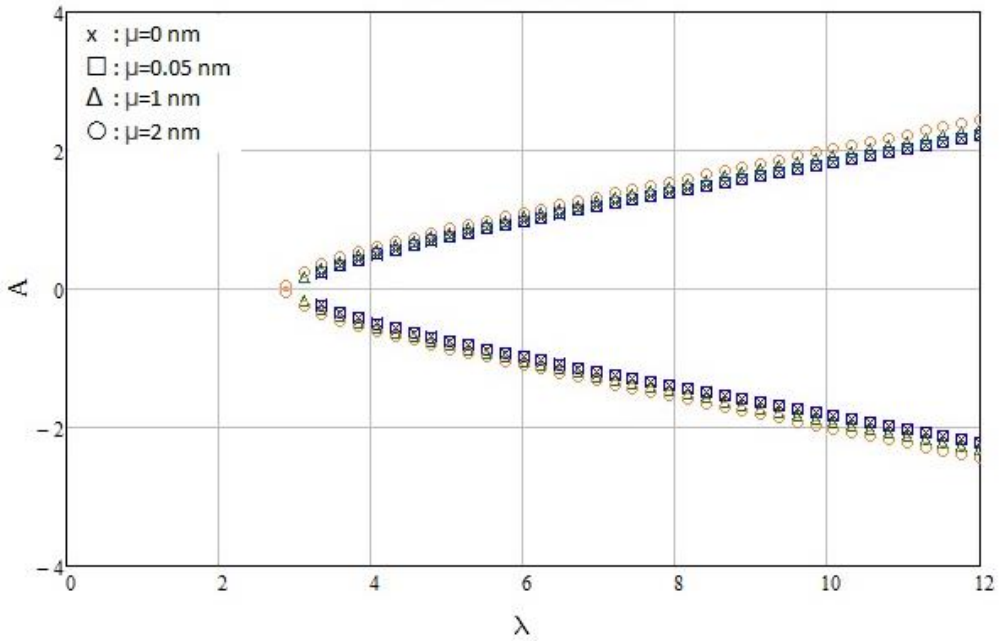
Şekil 4.9 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2, L=5, 10, 20, 30 nm)

Yukarıda sırasıyla birinci, ikinci ve üçüncü mod için sabit L değerlerinde μ değeri arttırılmıştır. Grafiklerde görüldüğü gibi mod sayısı arttıkça yerel olmayan terimin ($\frac{\mu}{L^2}$) etkisinin daha fazla olduğu görülmektedir. Çubuğun uzunluğu arttıkça belkemiği eğrisinin klasik çubuk modelindeki duruma benzediği açıkça gözlenir.

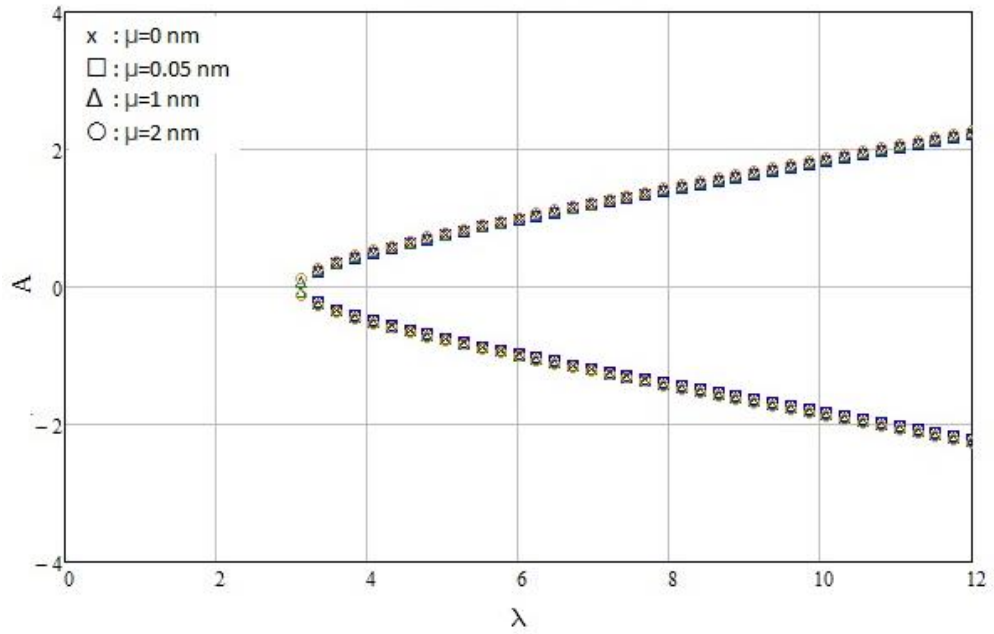
Serbest – serbest veya ankastre – ankastre sonlu nano çubuklar için L değeri sabit tutulup μ değeri değiştirilerek çizilen belkemiği eğrileri aşağıda sunulmuştur.



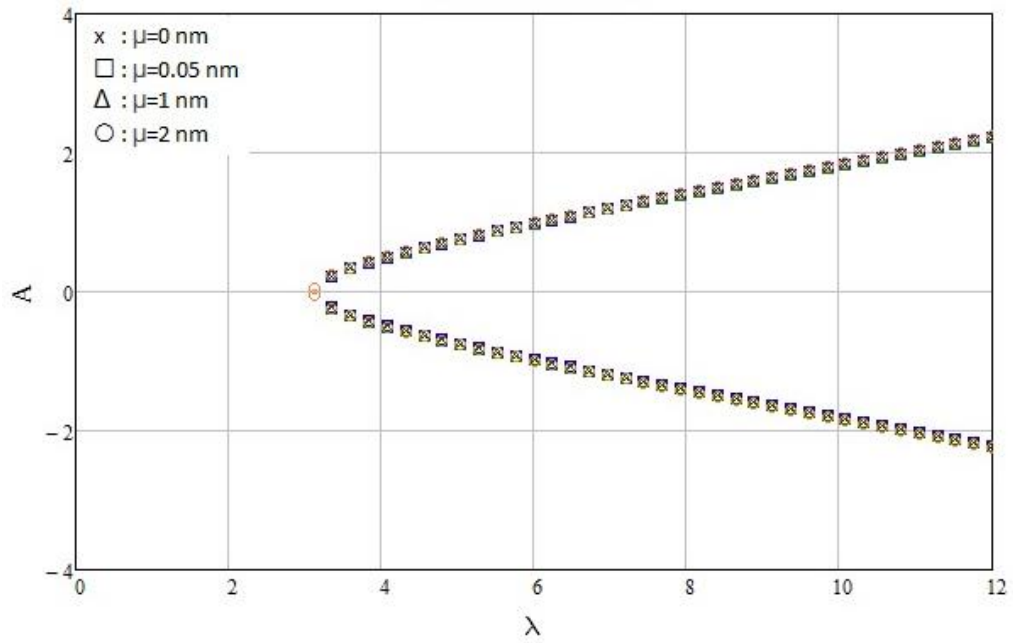
Şekil 4.10 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)



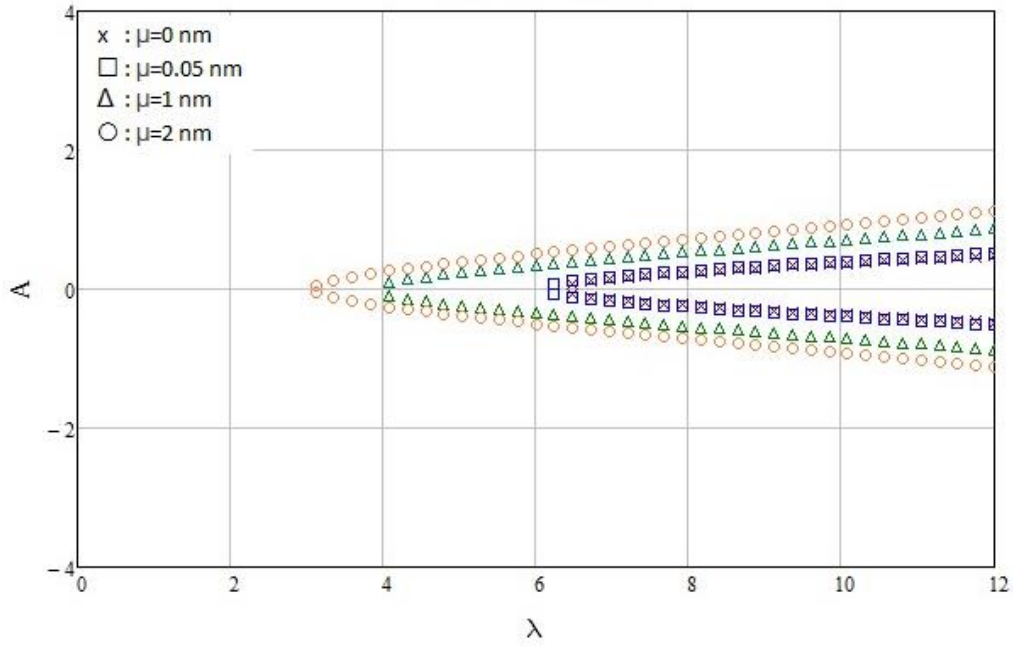
Şekil 4.11 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)



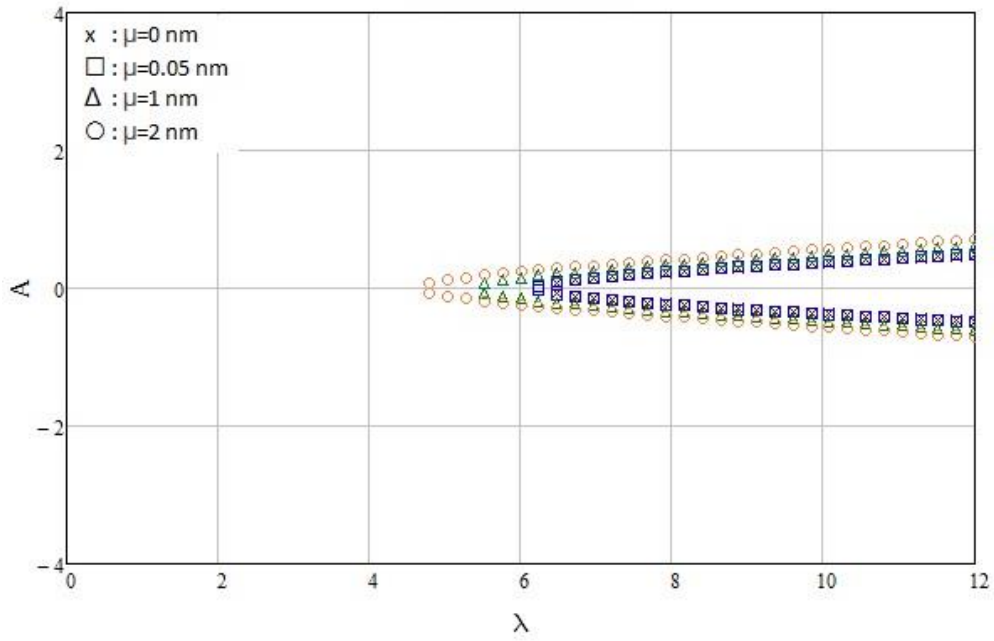
Şekil 4.12 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)



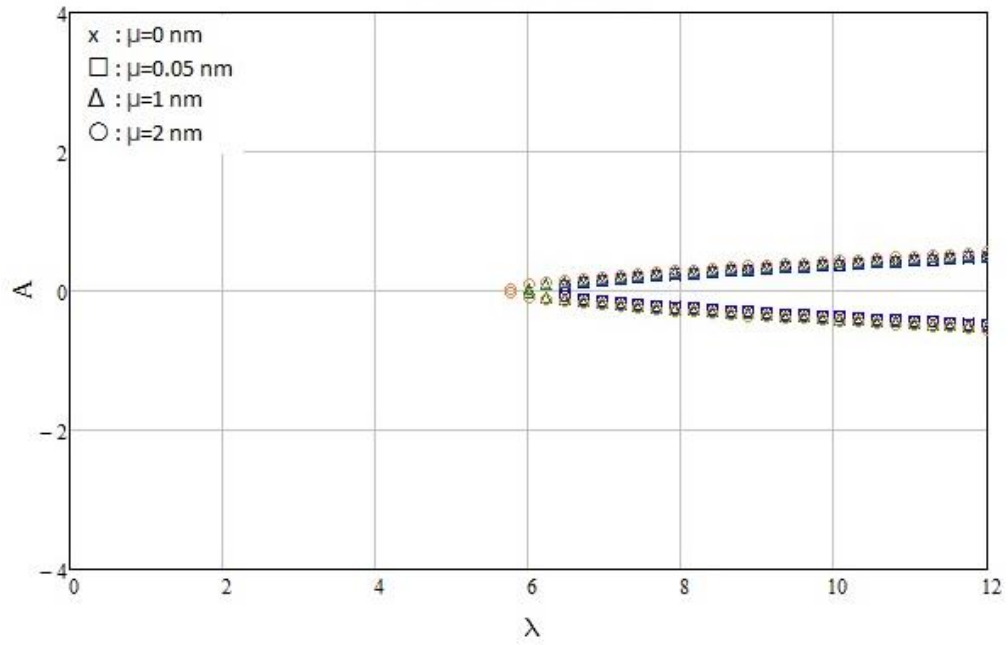
Şekil 4.13 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)



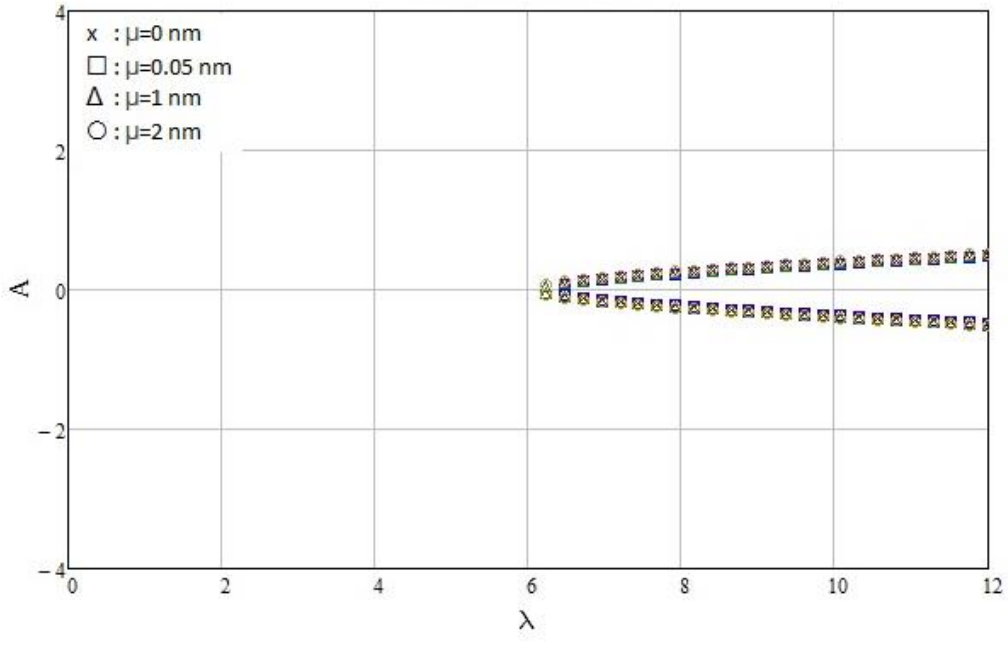
Şekil 4.14 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)



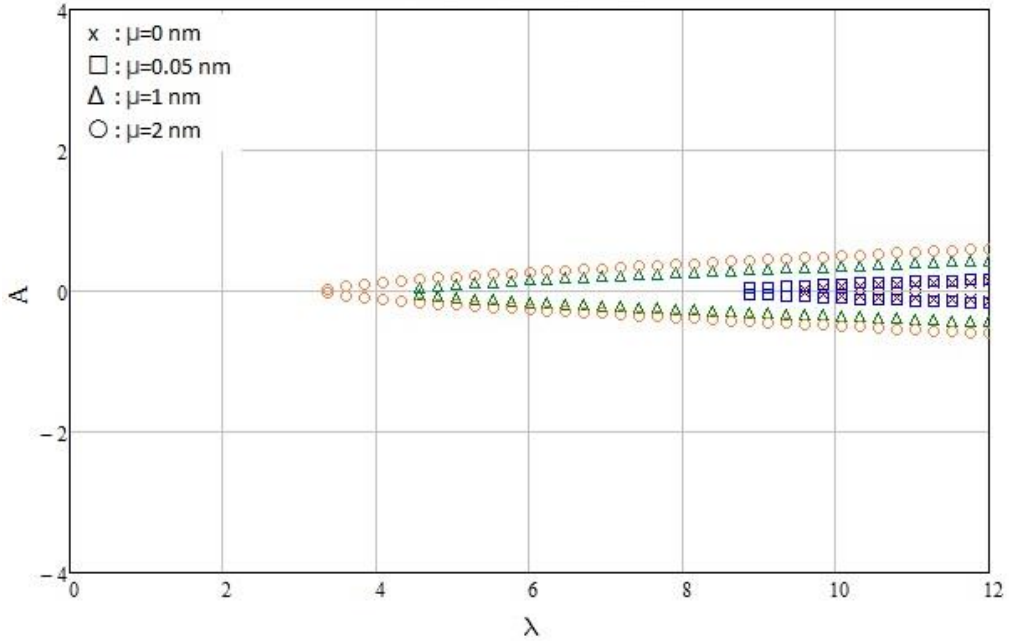
Şekil 4.15 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)



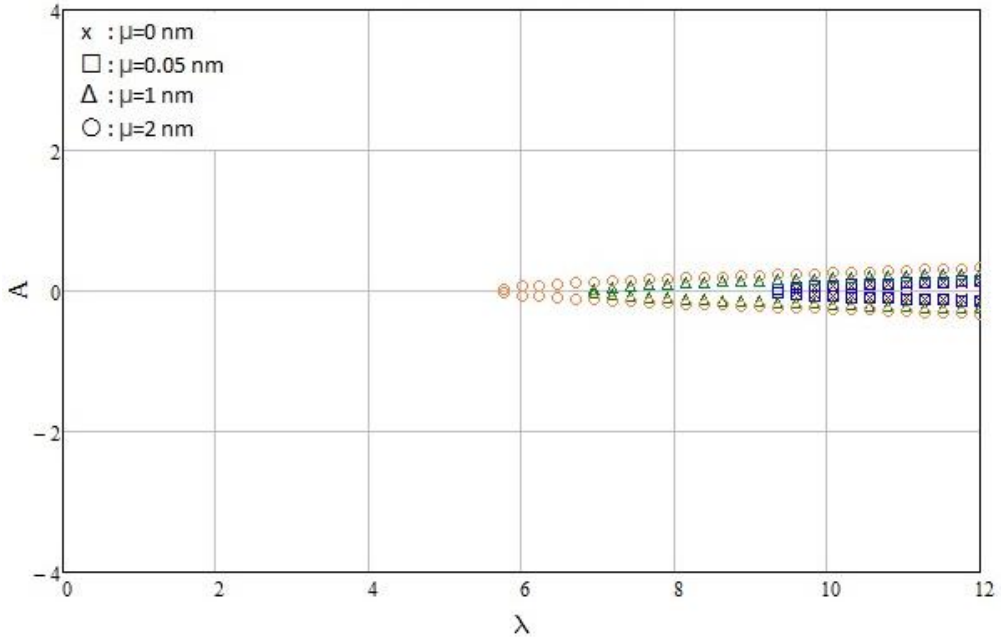
Şekil 4.16 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)



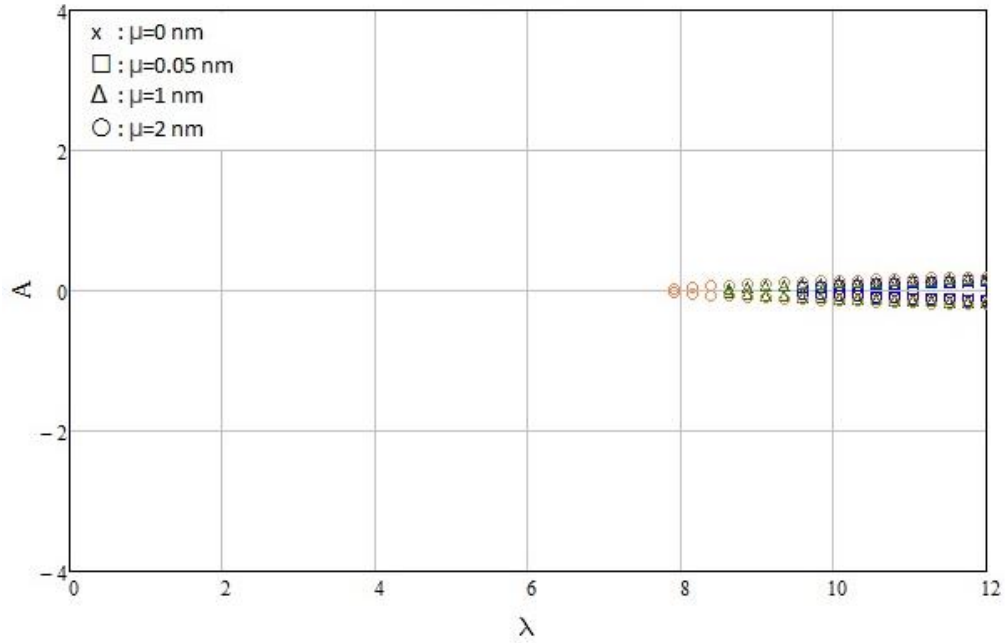
Şekil 4.17 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)



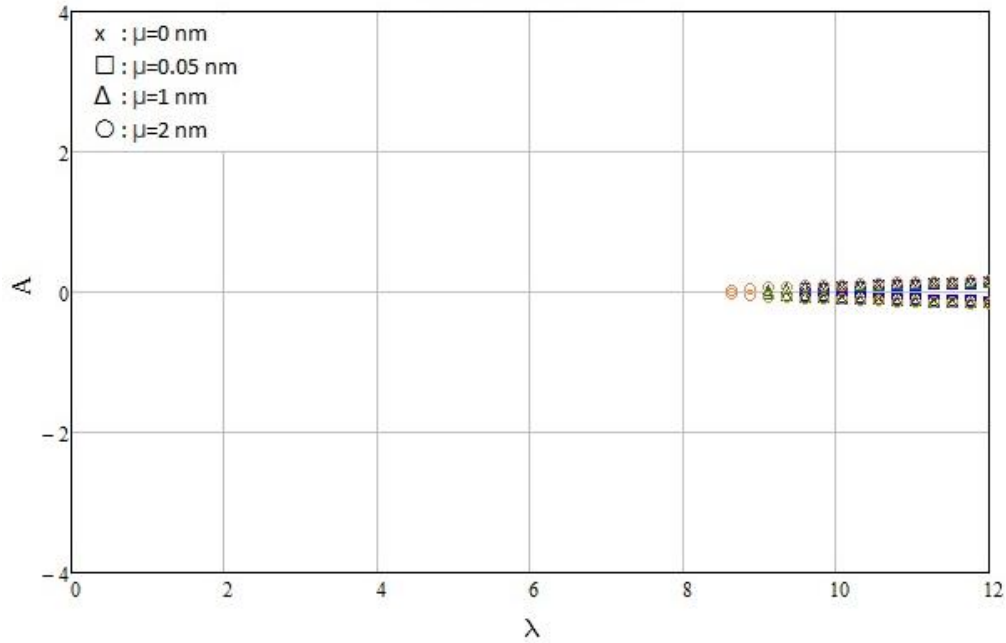
Şekil 4.18 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)



Şekil 4.19 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)



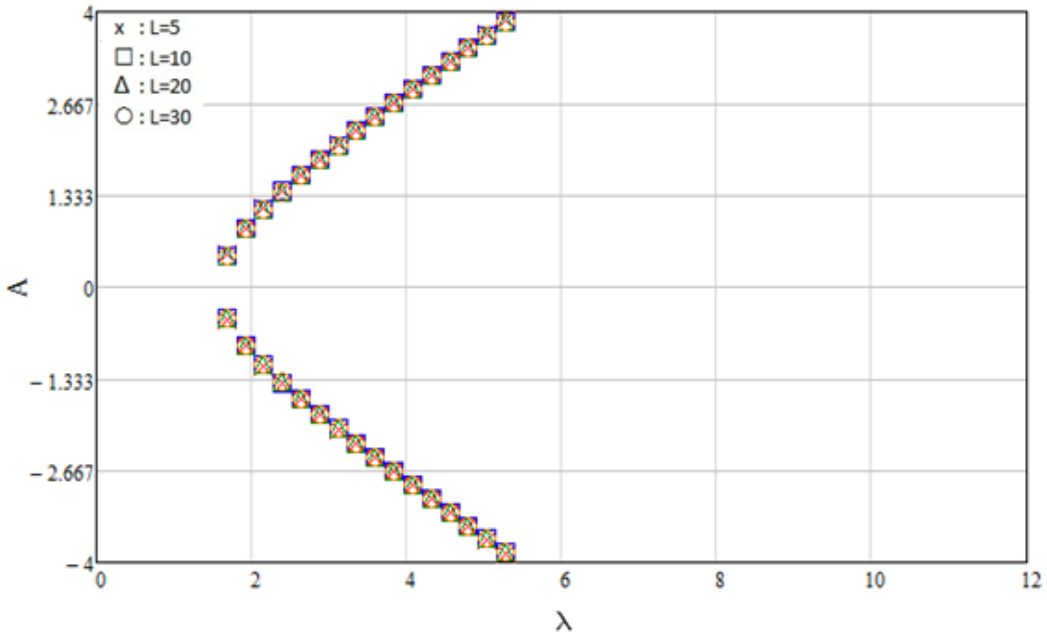
Şekil 4.20 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)



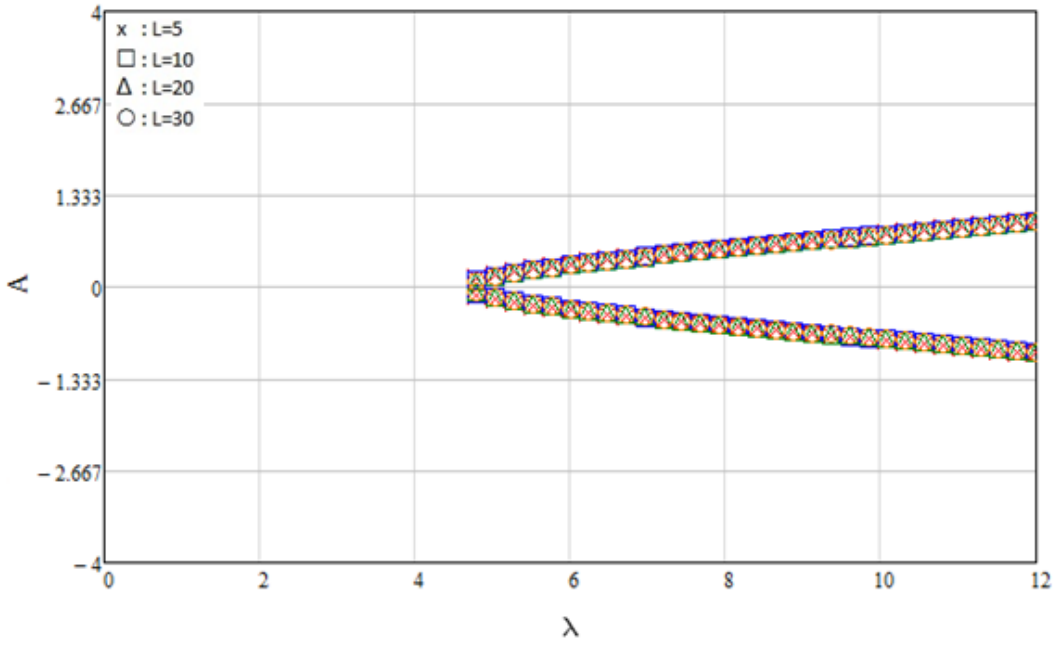
Şekil 4.21 Ankastre - ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)

μ değerleri sabit tutularak çizdirilen belkemiği eğrilerinde 1. mod için L=10 nm'den sonra 2. Mod için L=20nm'den sonra, 3. Mod için ise L=30nm değerinden sonra yerel olmayan elastisite teriminin etkisizleştiği ve klasik çubuk modeline benzediği yukarıdaki belkemiği eğrilerinde açıkça görülmektedir.

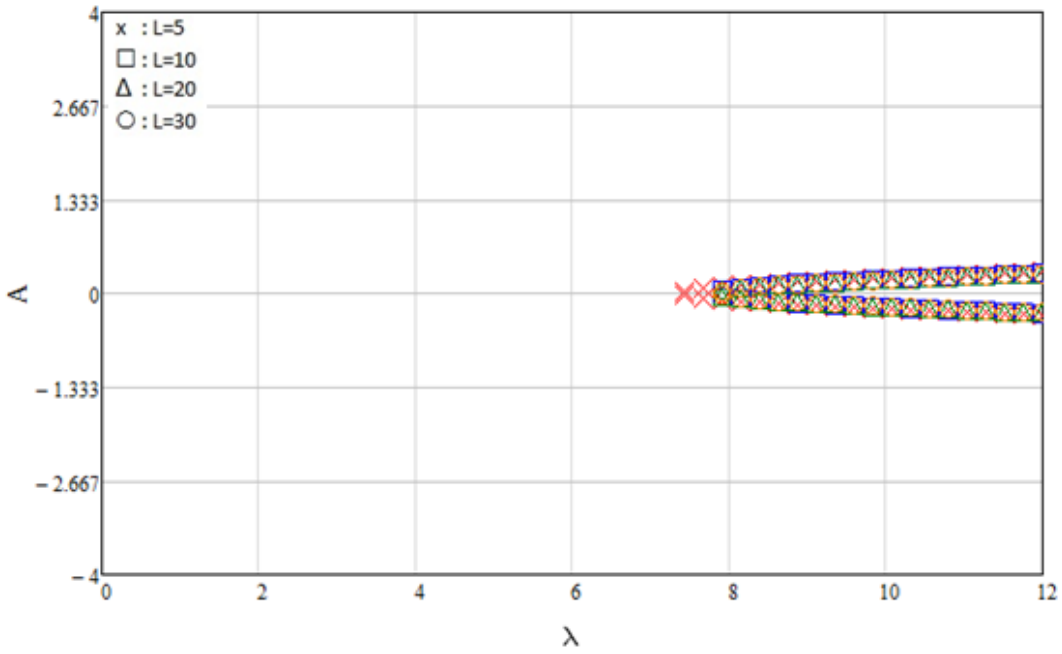
Ankastre – serbest sonlu nano çubuklar için μ değeri sabit tutulup L değeri değiştirilerek çizilen belkemiği eğrileri aşağıda sunulmuştur.



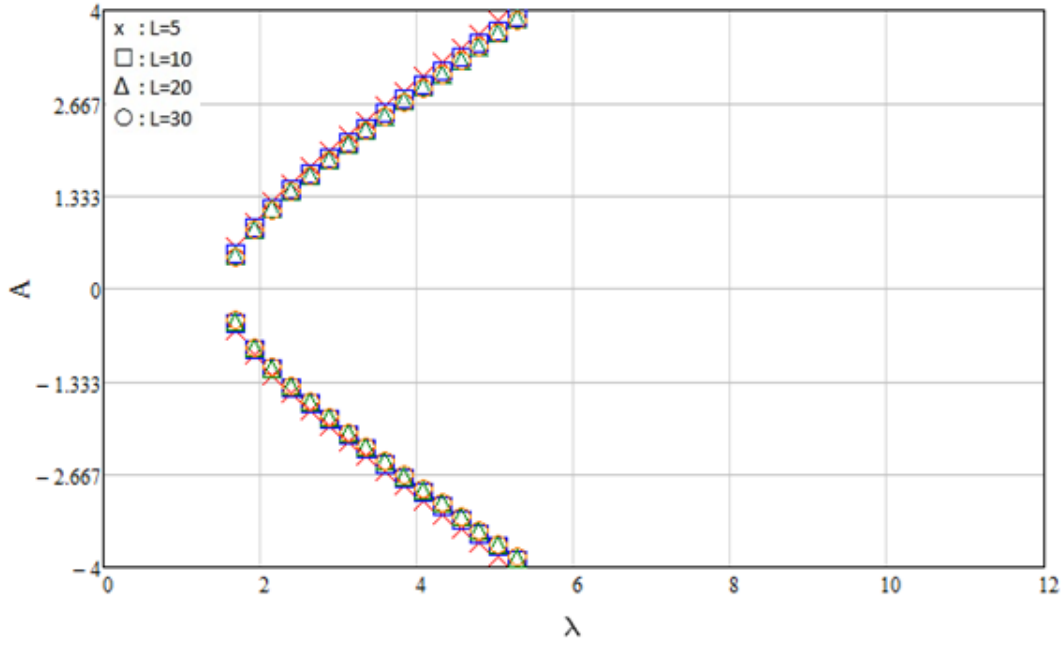
Şekil 4.22 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)



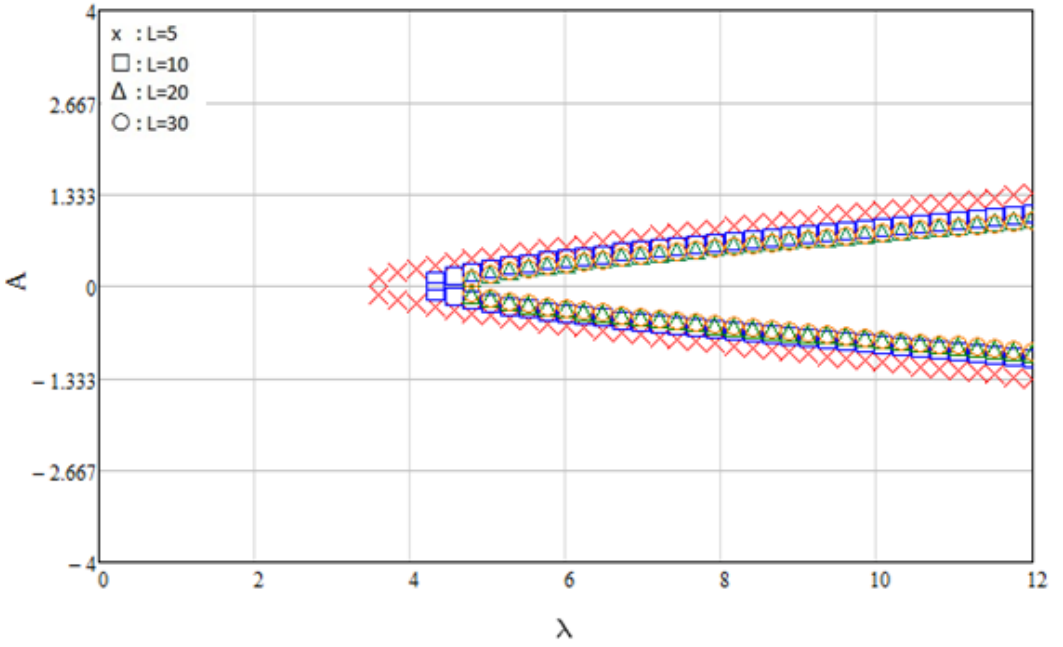
Şekil 4.23 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)



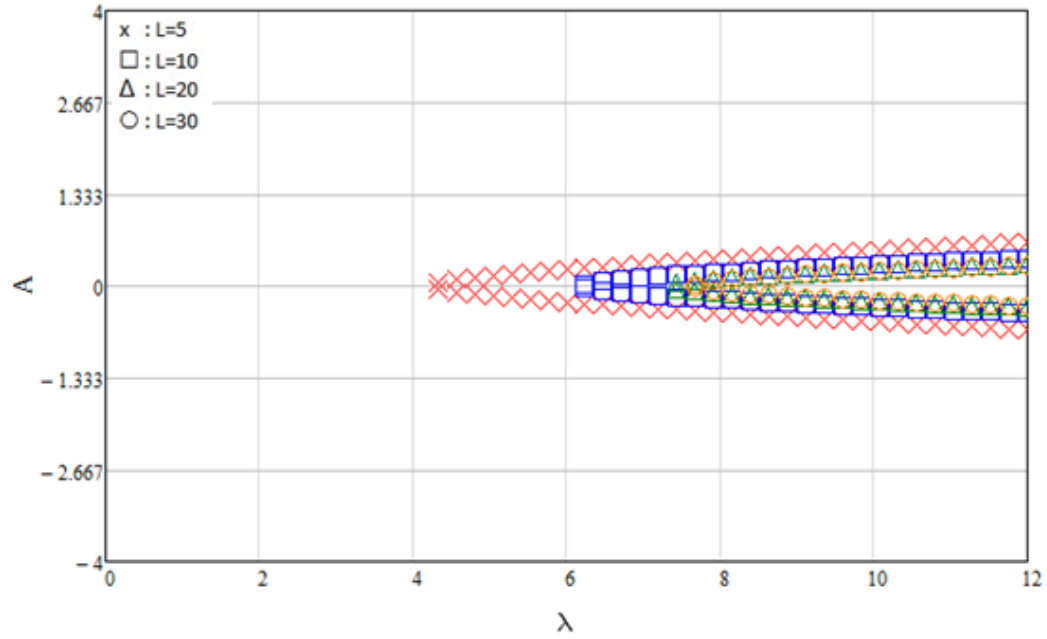
Şekil 4.24 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0.05 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)



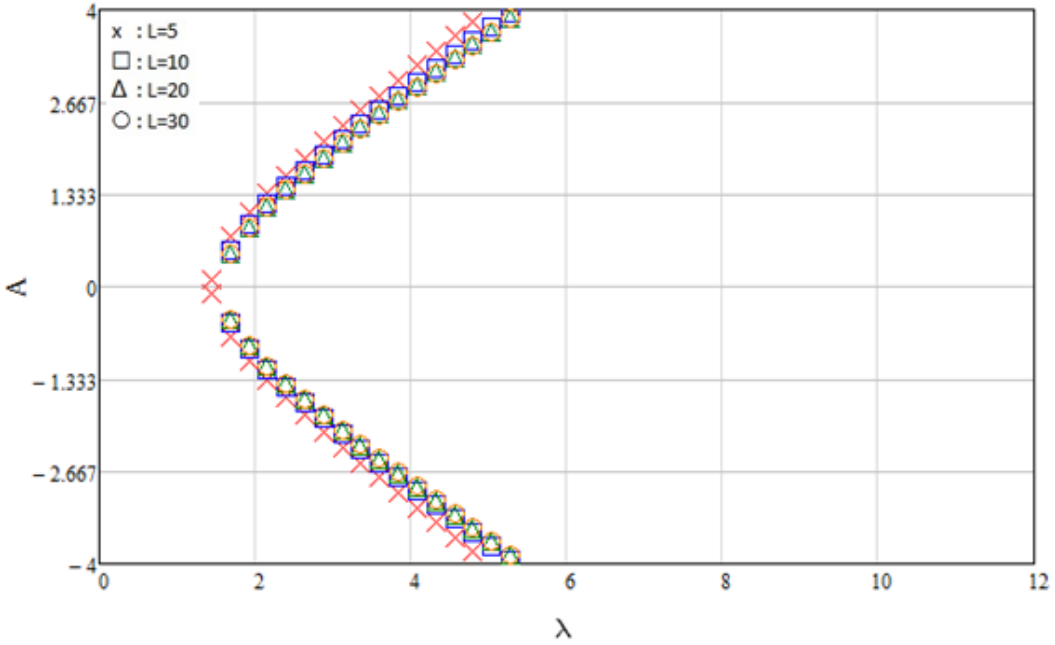
Şekil 4.25 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)



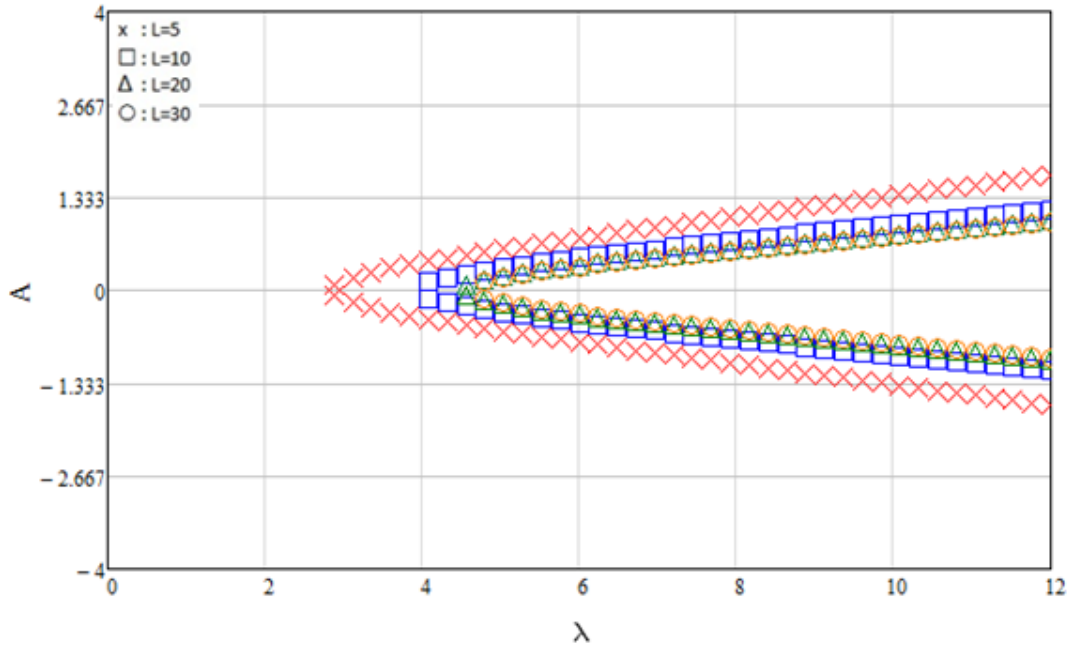
Şekil 4.26 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)



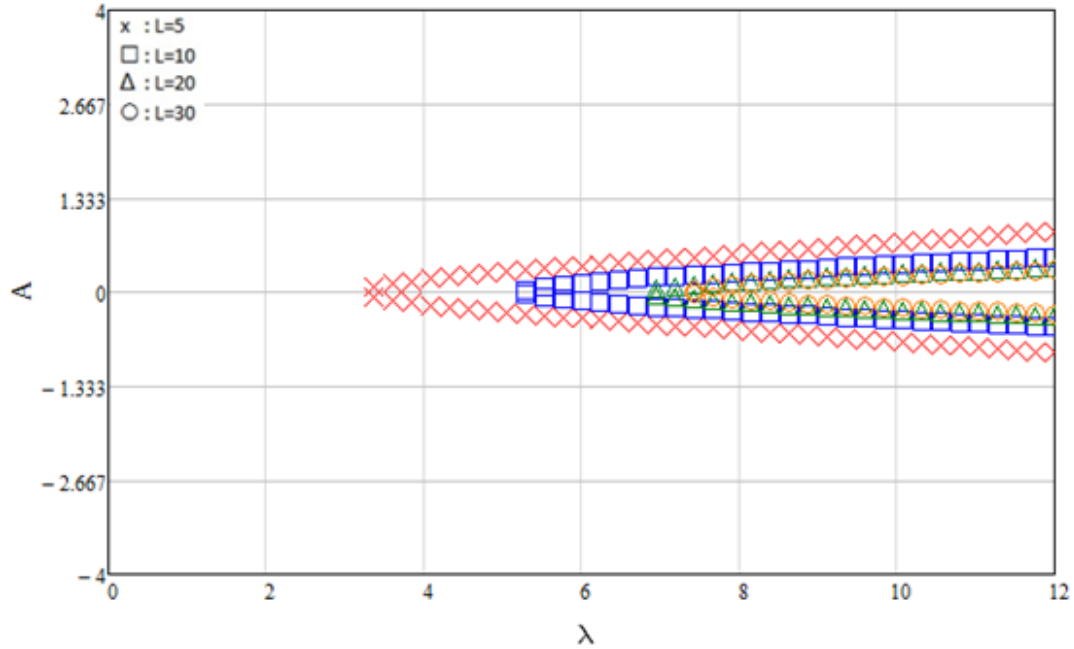
Şekil 4.27 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=1 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)



Şekil 4.28 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)

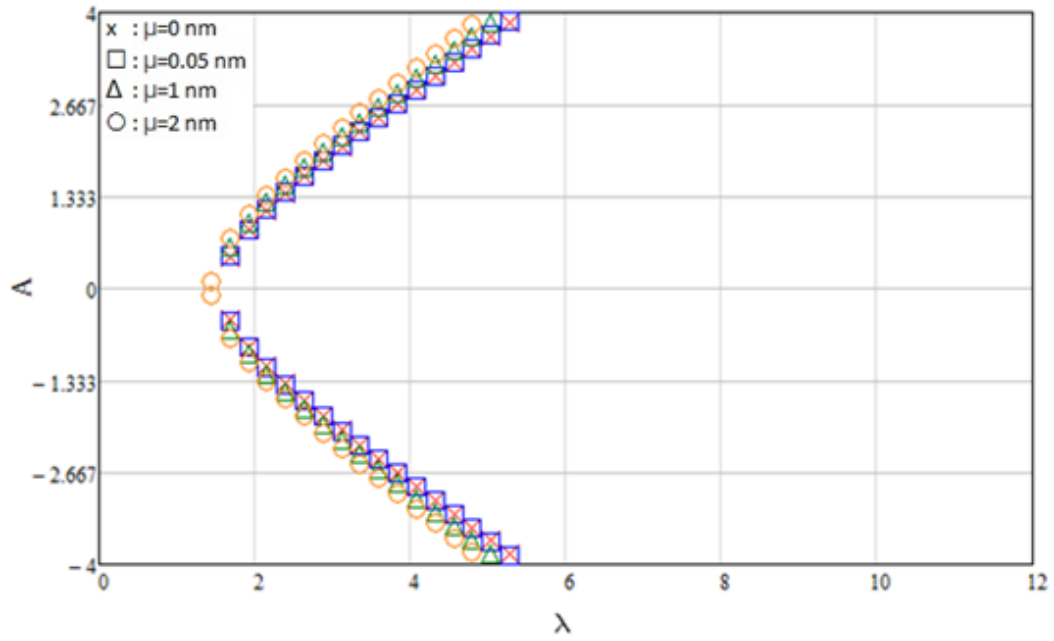


Şekil 4.29 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)

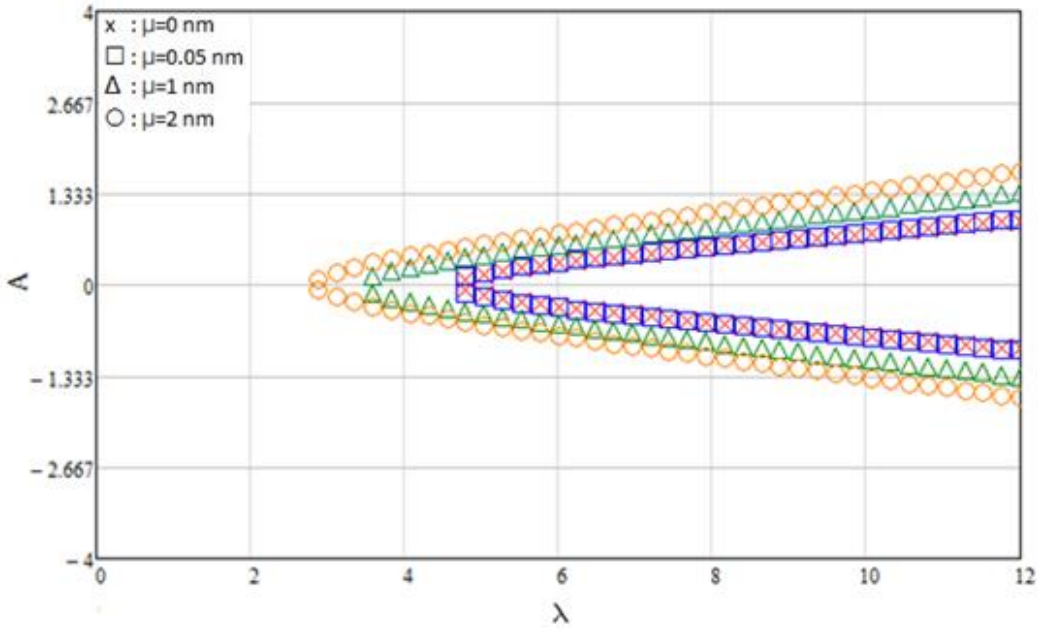


Şekil 4.30 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=2 nm^2 L=5, 10, 20, 30 nm)

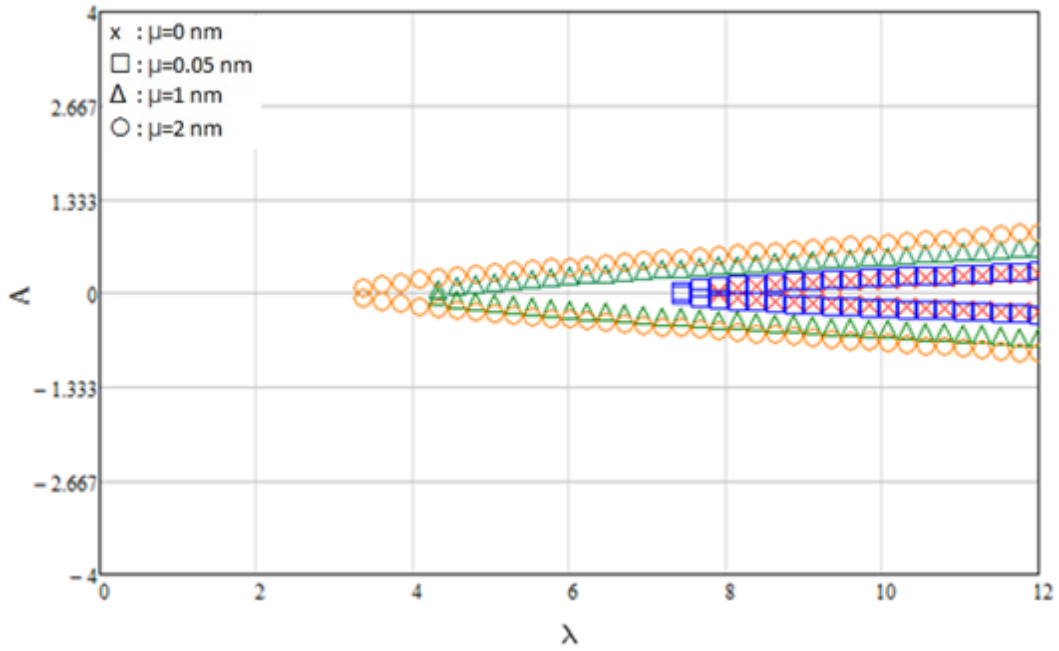
Ankastre – serbest sonlu nano çubuklar için L değeri sabit tutulup μ değeri değiştirilerek çizilen belkemiği eğrileri aşağıda sunulmuştur.



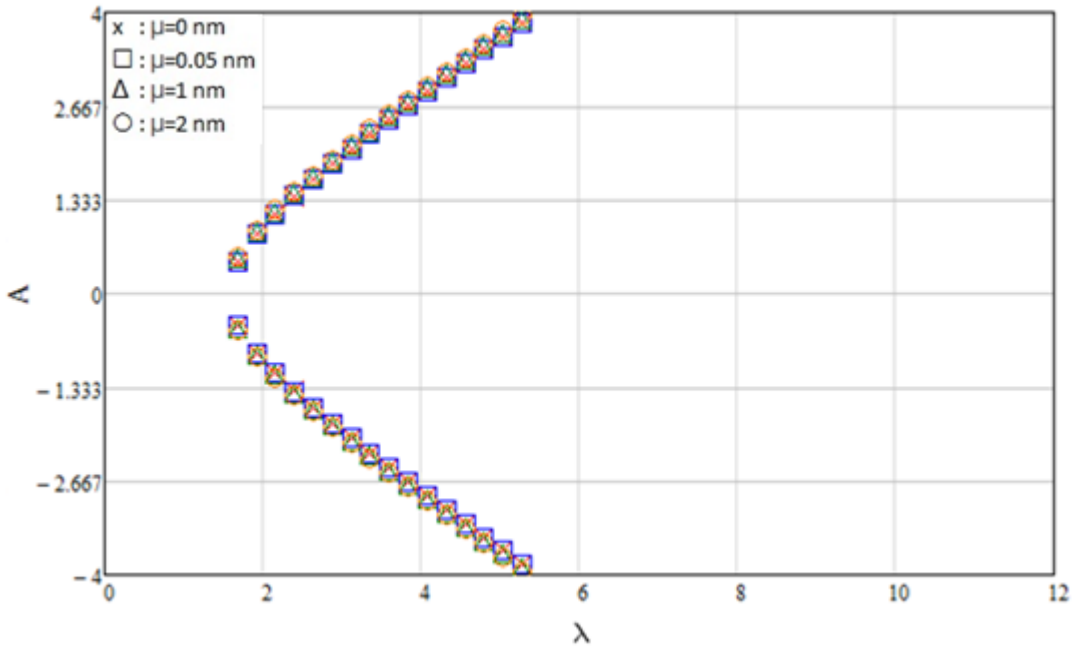
Şekil 4.31 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)



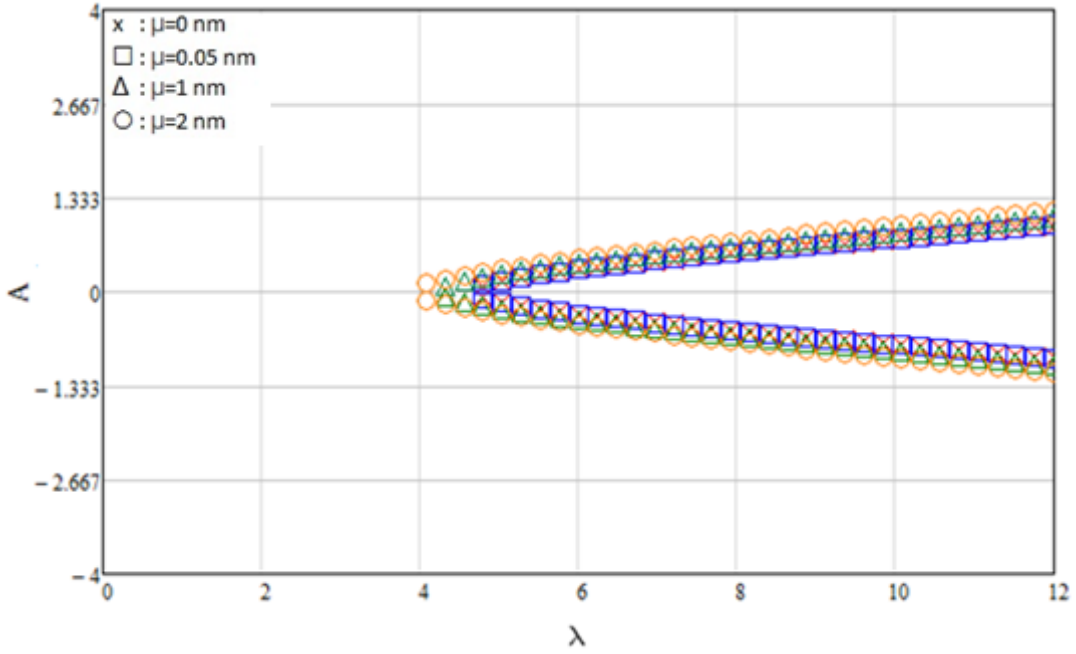
Şekil 4.32 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)



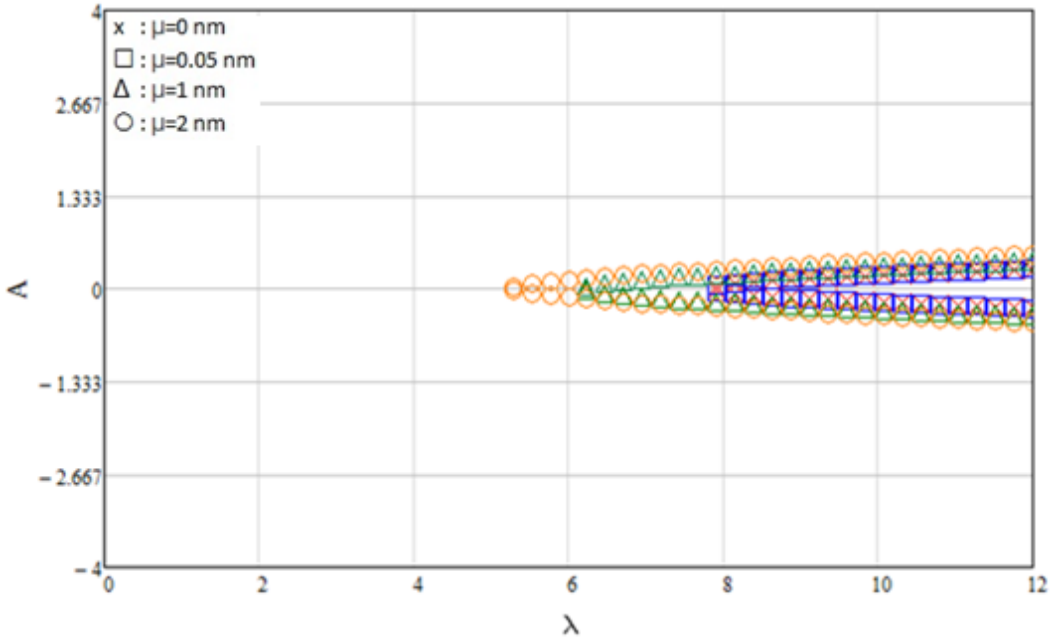
Şekil 4.33 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=5 nm)



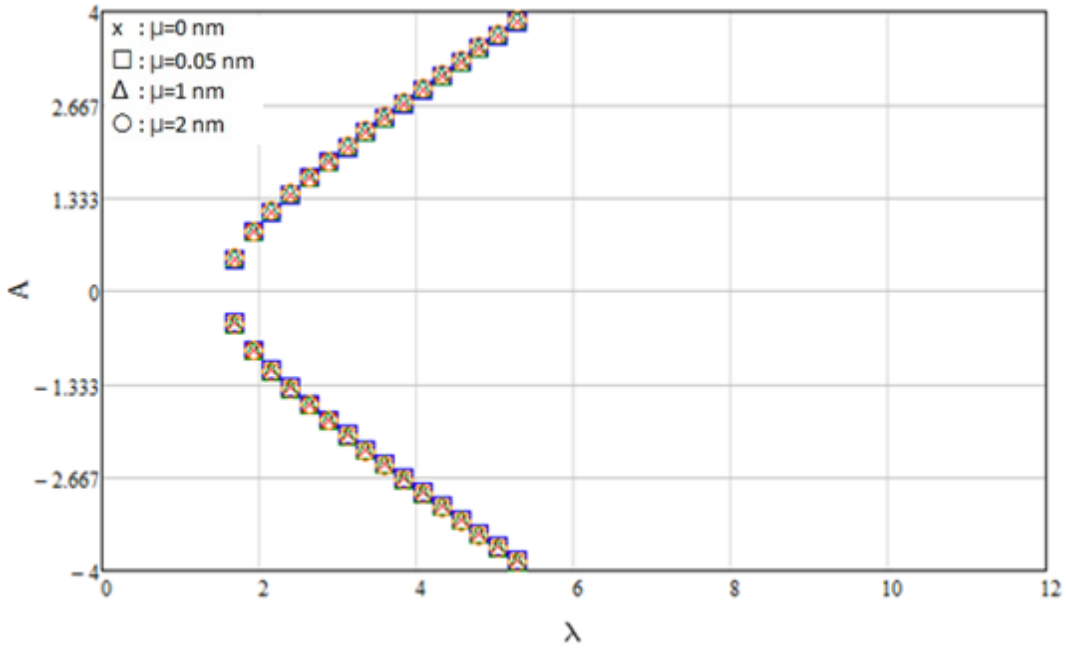
Şekil 4.34 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)



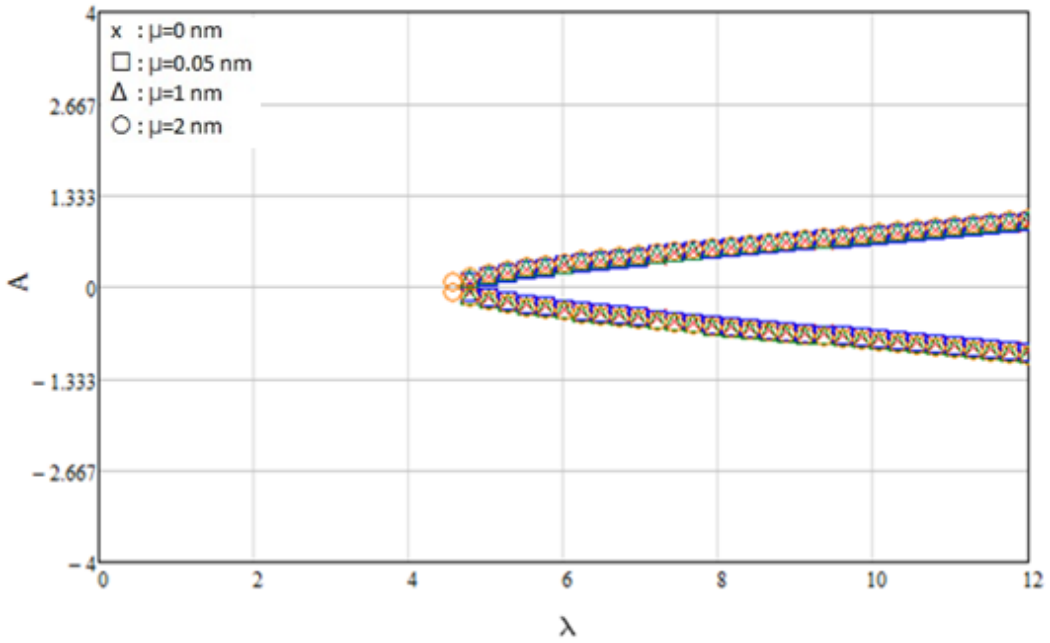
Şekil 4.35 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)



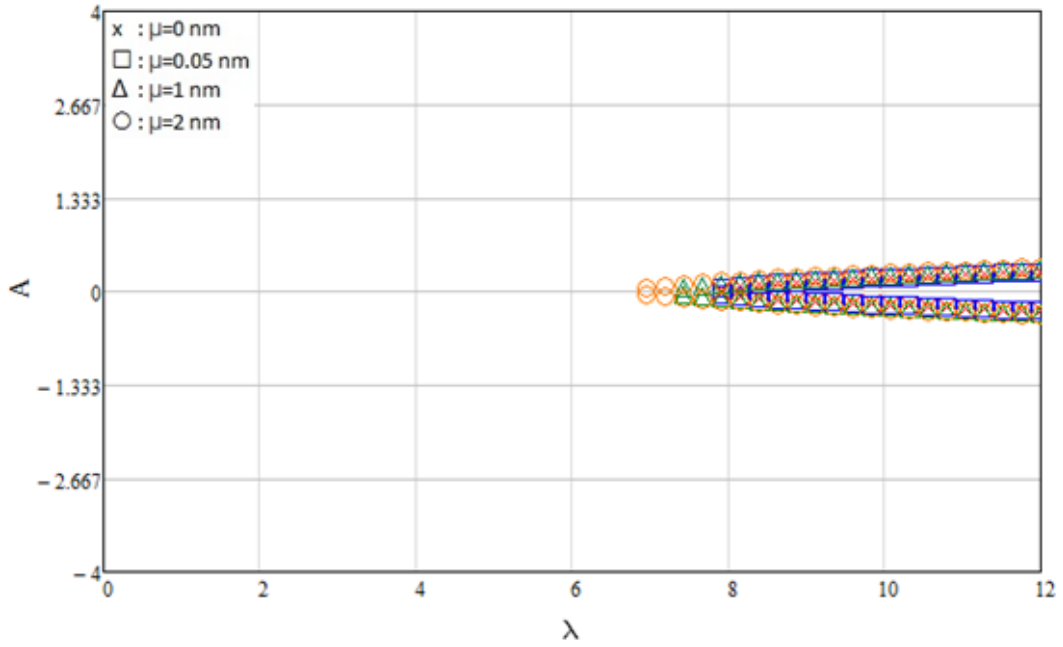
Şekil 4.36 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=10 nm)



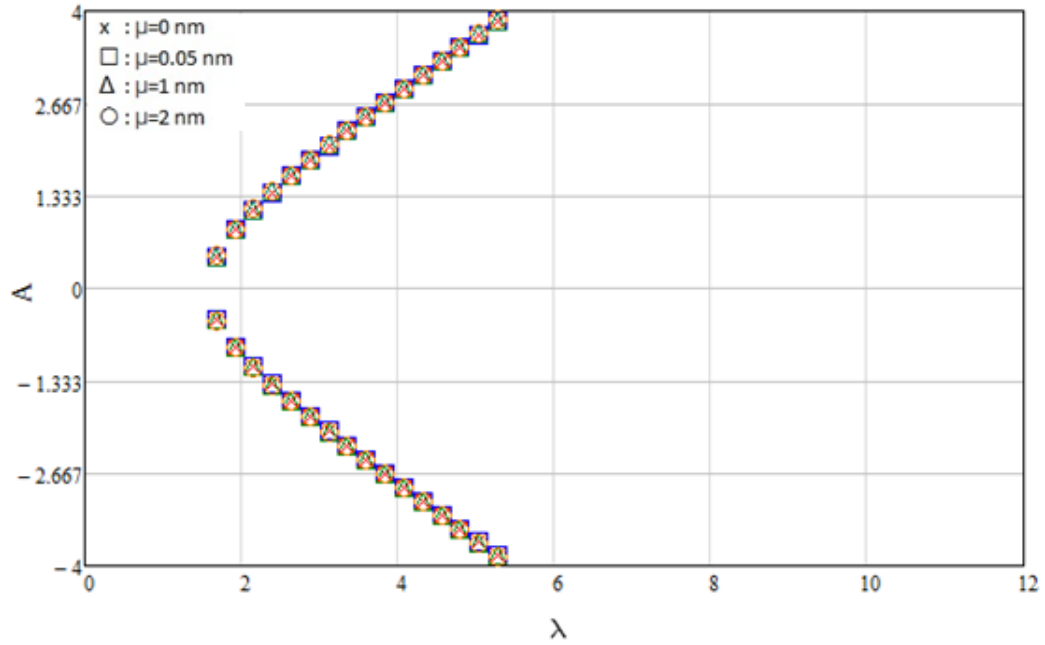
Şekil 4.37 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)



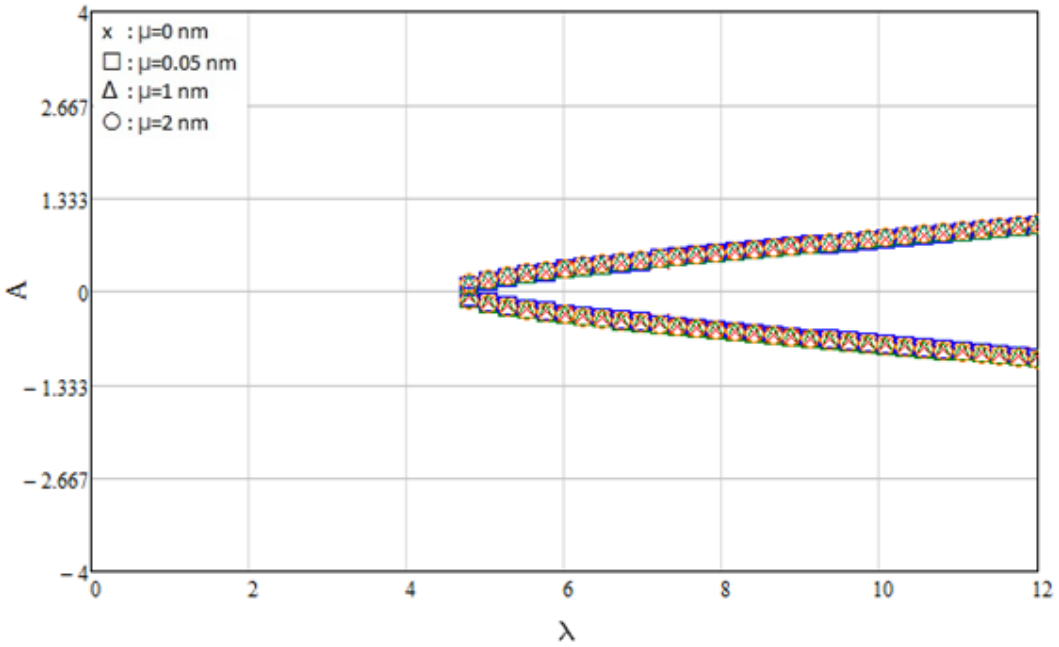
Şekil 4.38 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)



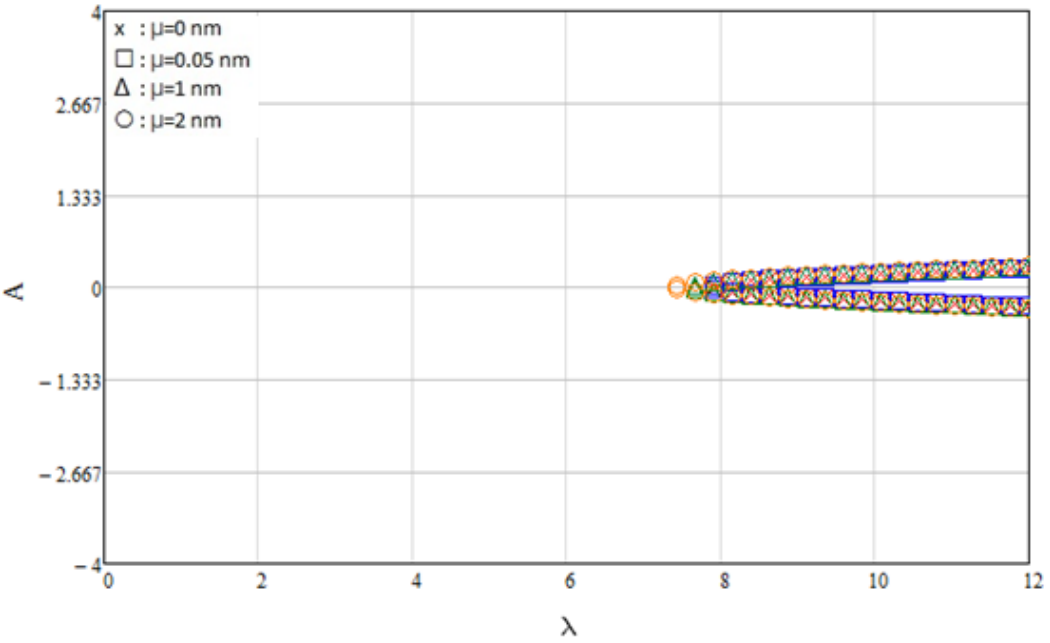
Şekil 4.39 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=20 nm)



Şekil 4.40 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için birinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)



Şekil 4.41 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için ikinci modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)



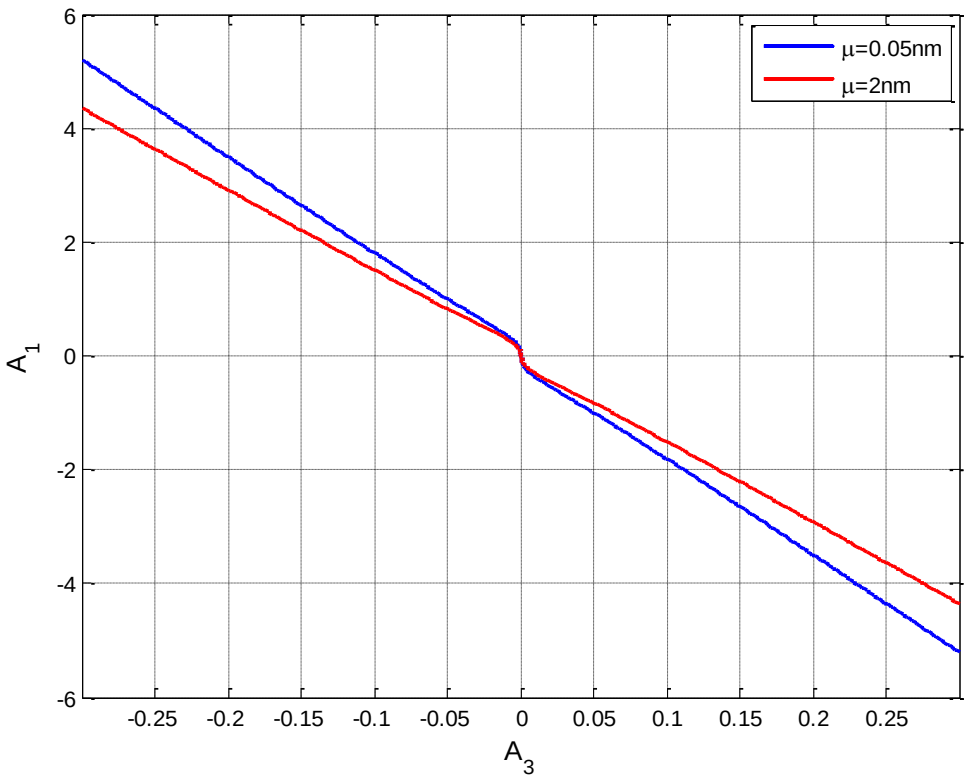
Şekil 4.42 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için üçüncü modun belkemiği eğrileri (μ=0, 0.05, 1, 2 nm^2, L=30 nm)

Ankastre-Serbest sonlu nano çubukta da "Serbest-Serbest ve Ankastre-Ankastre" sonlu nano çubuklara benzer sonuçlar elde edilmiştir. Yine yerel olmayan elastisite teriminin

L=30nm değerinden sonra etkisini neredeyse kaybettiği ve klasik çubuk modelindeki belkemiği eğrisine benzediği görülmektedir. Hatta Ankastre-Serbest sonlu nano çubuğun diğer sınır şartlarına sahip nano çubuklara göre L=10nm uzunluğundan sonra yerel olmayan elastisite teriminin nispeten çok daha az olduğu söylenebilir.

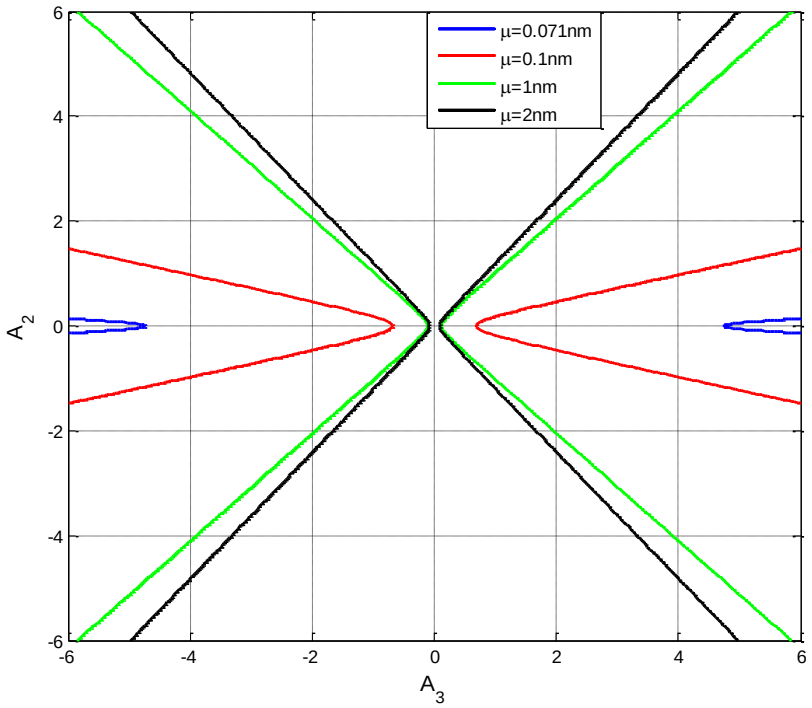
Ankastre-Ankastre, Serbest-Serbest ve Ankastre-Serbest sonlu nano çubukların belkemiği eğrilerinde ayrılma noktaları incelendiğinde, yerel olmayan elastisite parametresinin değerinin artması ayrılma noktalarının değerini azaltıcı yönde etkilediği fark edilir. Aynı boydaki bir çubukta daha yüksek μ değeri için ayrılma noktasında daha düşük frekans parametresi değeri elde edilir. Bu etkinin 3. modda nispeten 1. moda göre daha fazla olduğu belirlenir.

Ankastre – ankastre sonlu nano çubuklar için iç rezonans eğrileri aşağıda sunulmuştur.

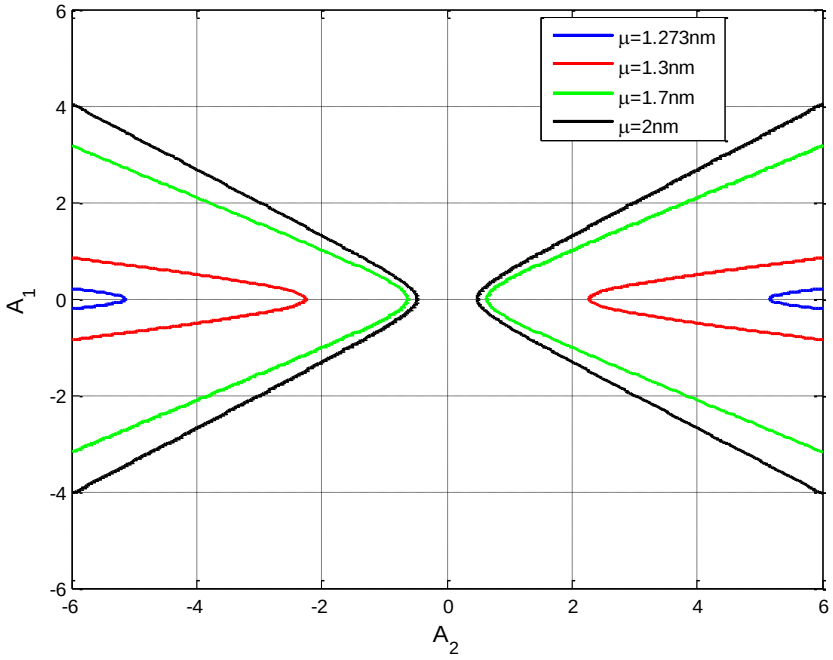


Şekil 4.43 Ankastre - ankastre sonlu nano çubuk için A1 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.05 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

Yukarıdaki grafik incelendiğinde klasik çubuk modelindeki grafikle benzeştiği görülür. Yerel olmayan elastisite parametresi arttırılmış ve maksimum noktalar çizdirilmiştir. Görüldüğü gibi grafiğin eğimini bir miktar değiştirmiştir.

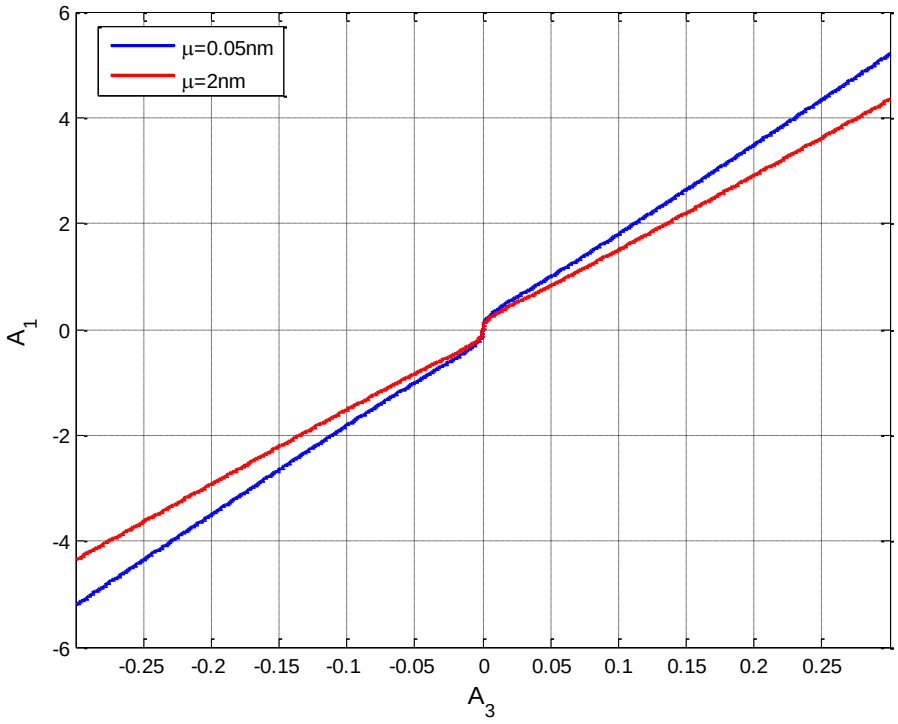


Şekil 4.44 Ankastre - ankastre sonlu nano çubuk için A2 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.071 nm^2, μ=0.1 nm^2, μ=1 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

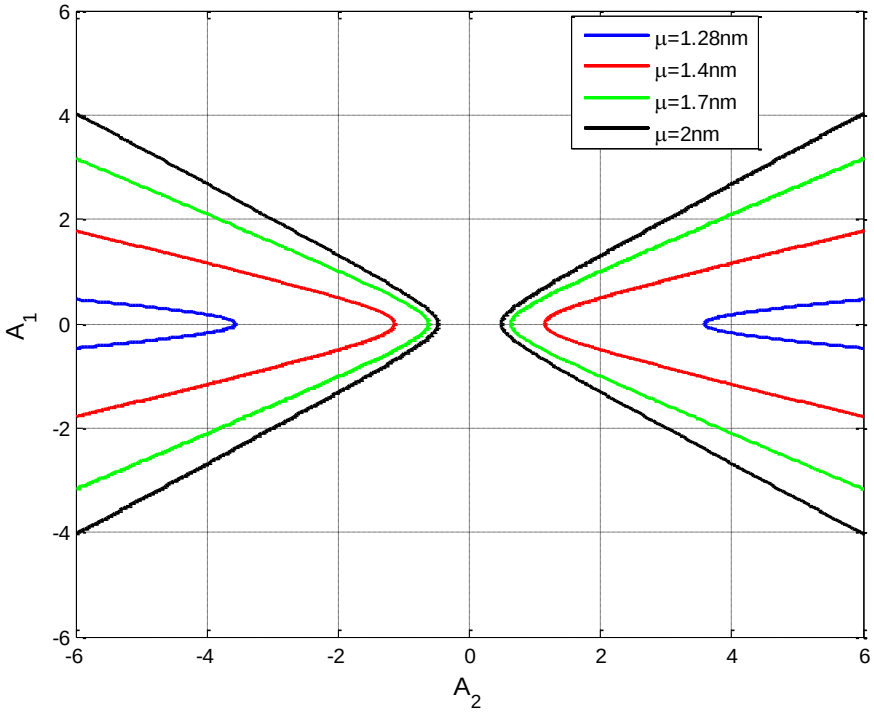


Şekil 4.45 Ankastre - ankastre sonlu nano çubuk için A1 ve A2 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=1.273 nm^2, μ=1.3 nm^2, μ=1.7 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

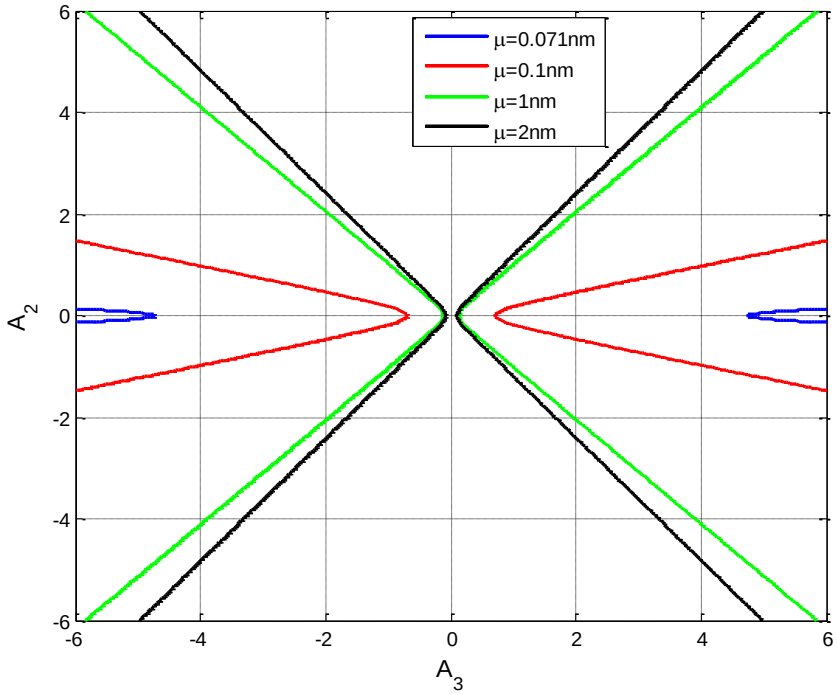
Serbest - serbest sonlu nano çubuklar için iç rezonans eğrileri aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.46 Serbest - serbest sonlu nano çubuk için A1 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.05 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

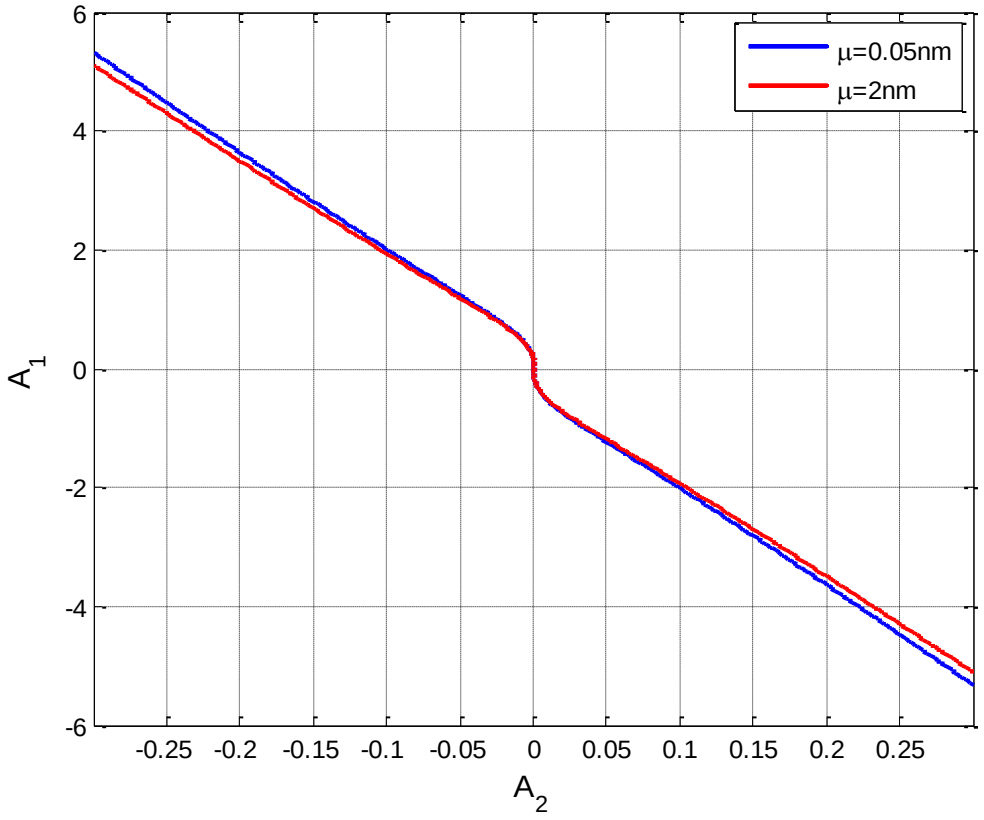


Şekil 4.47 Serbest - serbest sonlu nano çubuk için A1 ve A2 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=1.28 nm^2, μ=1.4 nm^2, μ=1.7 nm^2 μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

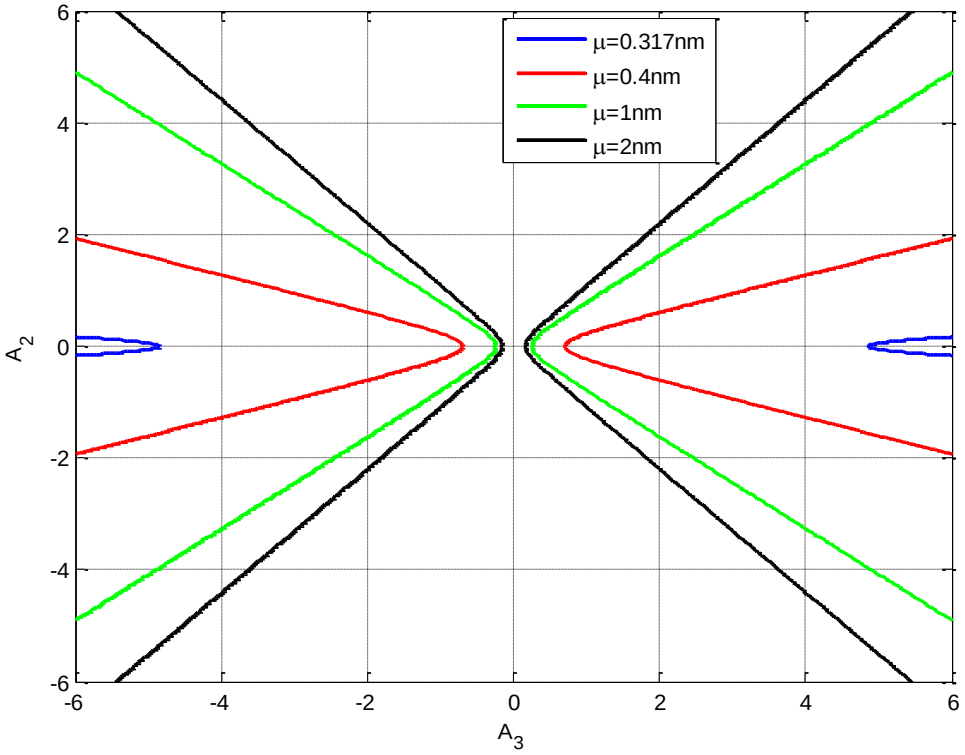


Şekil 4.48 Serbest - serbest sonlu nano çubuk için A2 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.071 nm^2, μ=0.1 nm^2, μ=1 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

Ankastre – sabit sonlu nano çubuklar için iç rezonans eğrileri aşağıda sunulmuştur.



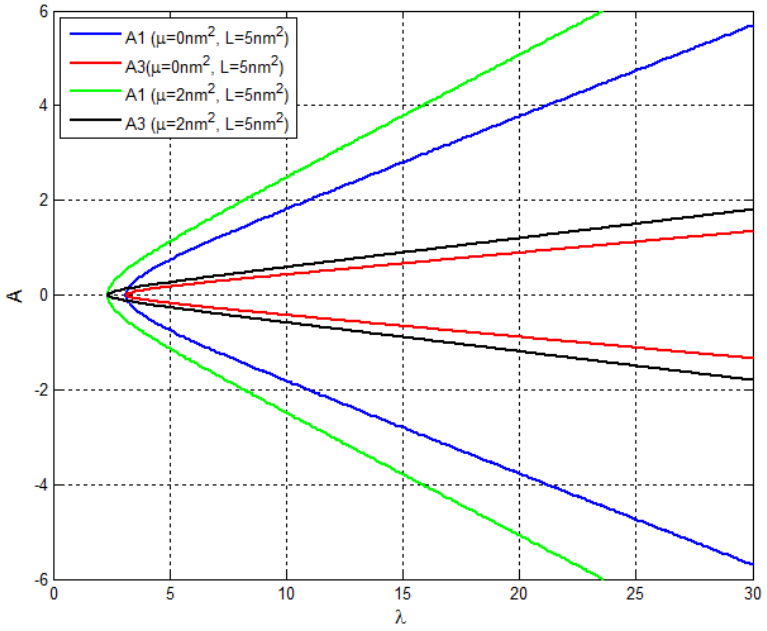
Şekil 4.49 Ankastre- serbest sonlu nano çubuk için A1 ve A2 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.05 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)



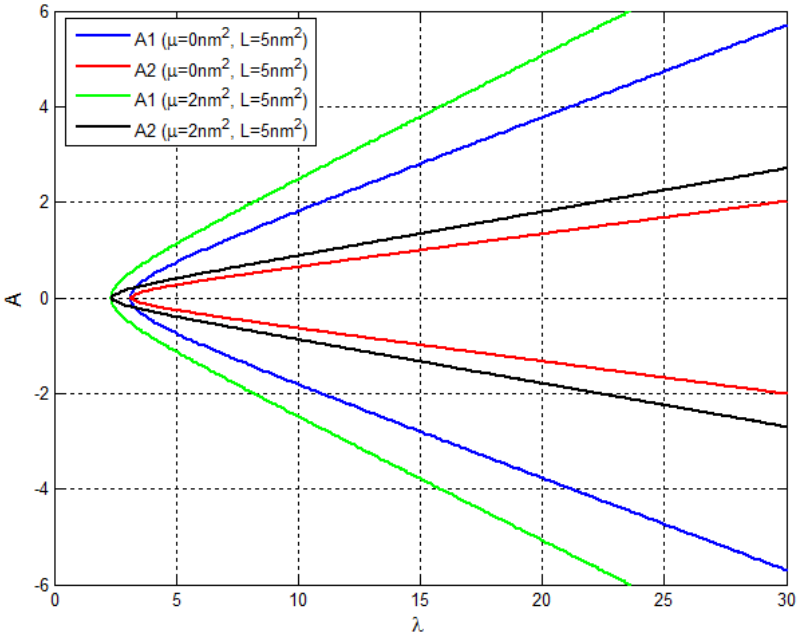
Şekil 4.50 Ankastre - serbest sonlu nano çubuk için A2 ve A3 arasındaki iç rezonans eğrileri (μ=0.317 nm^2, μ=0.4 nm^2, μ=1 nm^2, μ=2 nm^2 ve L=5 nm)

Şekil 4.44-45, Şekil 4.47-48 ve Şekil 50 incelenirse klasik çubuk modelinde var olan iç rezonans grafiğine benzemediği anlaşılır. Sadece nano boyutlarda yerel olmayan elastisite teriminin etkisiyle var olan iç rezonans sabit L için belirli bir μ değerinden sonra ortaya çıkar ve şekillerde görüldüğü gibi etkisi μ değeriyle birlikte büyür.

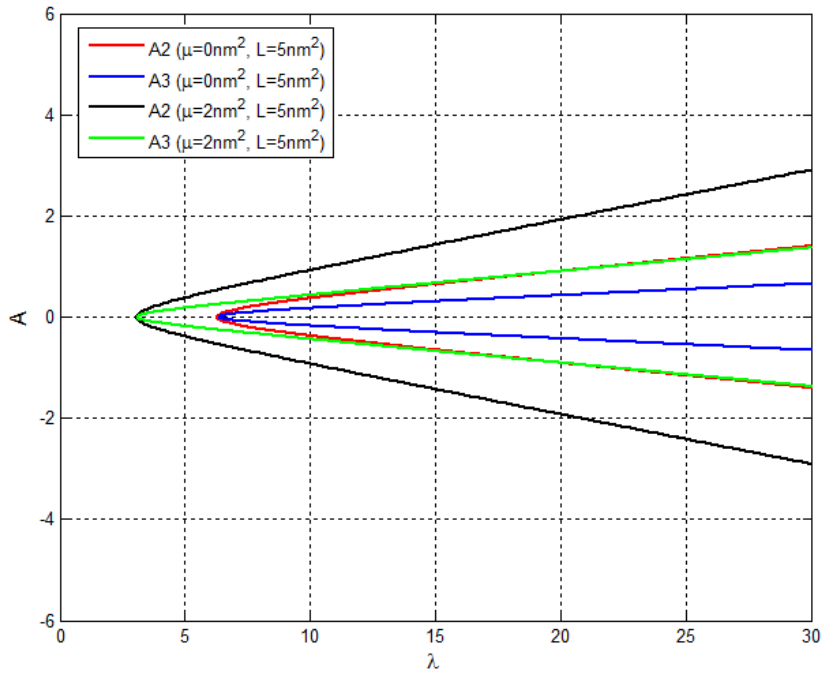
Ankastre – ankastre, serbest-serbest ve ankastre serbest sonlu nano çubuklar için μ=0 nm^2 ve μ=2 nm^2 ve L=5 nm değerlerinde iç rezonans durumundaki belkemiği eğrileri aşağıda sunulmuştur.



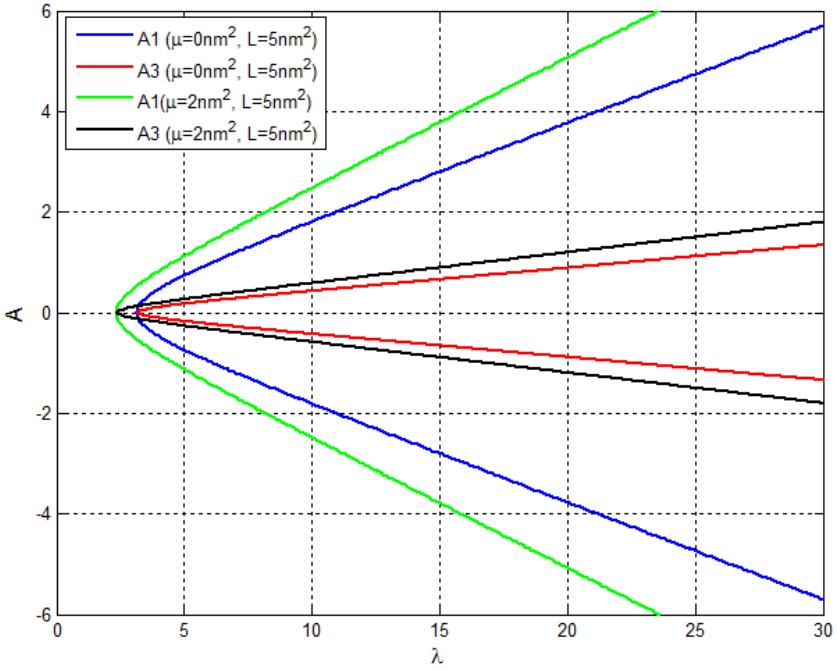
Şekil 4.51 Serbest – serbest sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A1 ve A3 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)



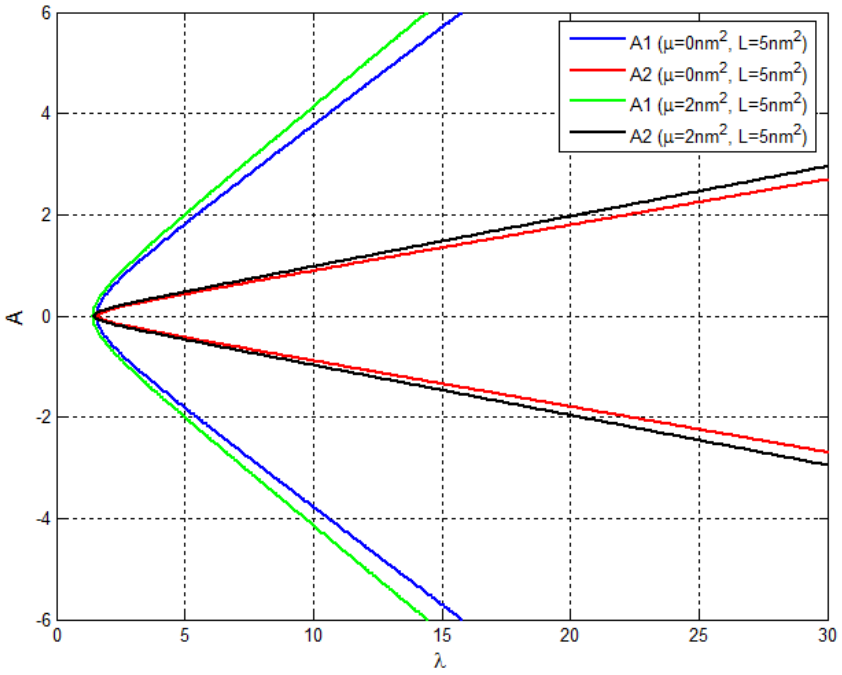
Şekil 4.52 Serbest – serbest veya ankastre ankastre sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A1 ve A2 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)



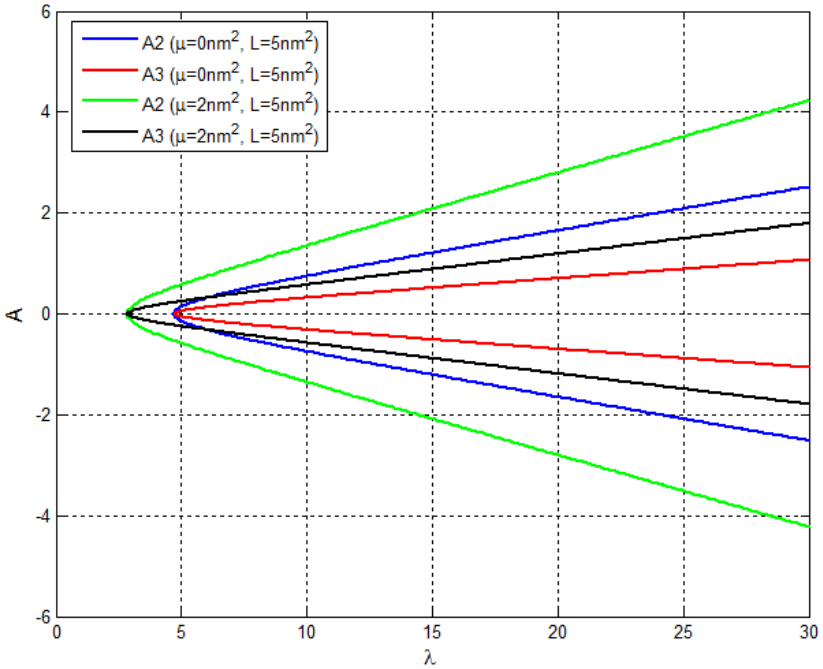
Şekil 4.53 Serbest – serbest veya ankastre ankastre sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A2 ve A3 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)



Şekil 4.54 Ankastre - ankastre sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A1 ve A3 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)



Şekil 4.55 Ankastre - serbest sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A1 ve A2 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)



Şekil 4.56 Ankastre - serbest sonlu nano çubuğun iç rezonans durumundaki A2 ve A3 için belkemiği eğrileri (μ=0 nm^2, μ=2 nm^2, L=5 nm)

Mousavi'nin incelediği [32] gibi makro ölçülerdeki ankastre – ankastre sonlu çubukta 1-3 modlar arasında iç rezonans gerçekleşip 1-2 ve 2-3 modlar arasında gerçekleşmezken bu incelemede yukarıdaki grafiklere bakıldığında ankastre-ankastre sonlu nano çubukta küçük ölçek etkisiyle iç rezonansın 1-3, 1-2 ve 2-3 modlar arasında gerçekleştiğini göstermiştir. Aynı davranışı serbest-serbest sonlu nano çubuk da göstermiştir. Diğer taraftan, serbest – ankastre sonlu klasik çubukta yalnızca 1-2 modlar arasında iç rezonans olduğu belirlenmişken nano çubukta 1-2 ve 2-3 modlar arasında iç rezonans var olup 1-3 modlar arasında etkileşim olmadığı belirlenmiştir.

Lineer olmayan titreşimin belirli genlik değerlerine göre A_1, A_2, A_3 ve $\mu=0$ nm^2, $\mu=0.05nm^2$, $\mu=1nm^2$, $\mu=2nm^2$, L=5nm değerleri için frekans tablosu ve lineer titreşimin mod değeri k=1,2,3,4,5,7 ve $\mu=0$ nm^2, $\mu=0.05nm^2$, $\mu=1nm^2$, $\mu=2nm^2$, L=5nm değerleri için frekans parametresi değerleri tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.1 Lineer olmayan titreşimin genlik değerlerine göre frekans değerleri

Genlik	**(μ=0 nm^2) Frekans Değerleri ($\lambda\sqrt{\delta}$)**					
	Ankastre – Ankastre ve Serbest - Serbest			Ankastre - Serbest		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
0	3.1416	6.2832	9.4248	1.5708	4.7124	7.8540
0.1	3.1849	6.6228	10.881	1.5762	4.8573	8.5080
0.5	4.0888	12.209	28.784	1.7016	7.5419	18.144
1	6.1046	21.859	55.205	2.0444	12.684	33.643
2	10.929	42.342	109.19	3.0523	24.020	65.896
3	16.013	63.123	163.45	4.2282	35.643	98.454
4	21.171	83.981	217.78	5.4648	47.342	131.08
	(μ=0.05 nm2, L=5nm) Frekans Değerleri ($\lambda\sqrt{\delta}$)					
	Ankastre – Ankastre ve Serbest - Serbest			Ankastre - Serbest		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
0	3.1110	6.0489	8.6849	1.5669	4.6111	7.4102
0.1	3.1539	6.3759	10.027	1.5724	4.7529	8.0273
0.5	4.0491	11.753	26.524	1.6974	7.3798	17.119
1	6.0452	21.044	50.871	2.0394	12.412	31.742
2	10.823	40.763	100.62	3.0448	23.504	62.172
3	15.857	60.769	150.62	4.2178	34.877	92.890
4	20.965	80.850	200.68	5.4513	46.324	123.68
	(μ=1 nm2, L=5nm) Frekans Değerleri ($\lambda\sqrt{\delta}$)					
	Ankastre – Ankastre ve Serbest - Serbest			Ankastre - Serbest		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
0	2.6601	3.9124	4.4169	1.4986	3.4293	4.2178
0.1	2.6968	4.1239	5.0998	1.5038	3.5348	4.5691
0.5	3.4622	7.6024	13.489	1.6234	5.4884	9.7442
1	5.1690	13.611	25.872	1.9504	9.2310	18.067
2	9.2544	26.365	51.175	2.9120	17.480	35.388
3	13.559	39.305	76.603	4.0338	25.938	52.872
4	17.926	52.293	102.06	5.2135	34.452	70.398
	(μ=2 nm^2, L=5nm) Frekans Değerleri ($\lambda\sqrt{\delta}$)					
	Ankastre – Ankastre ve Serbest - Serbest			Ankastre - Serbest		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
0	2.3484	3.0812	3.3103	1.4355	2.8281	3.2239
0.1	2.3808	3.2478	3.8220	1.4405	2.9150	3.4924
0.5	3.0565	5.9873	10.109	1.5550	4.5261	7.4481
1	4.5633	10.719	19.389	1.8683	7.6125	13.809
2	8.1701	20.764	38.353	2.7894	14.415	27.049
3	11.970	30.955	57.411	3.8640	21.390	40.413
4	15.825	41.184	76.492	4.9941	28.411	53.810

Tablo 4.2 Lineer titreşimin belirli modlarındaki frekans parametresi değerleri

Mod (k)	**(μ=0 nm^2) Frekans Parametresi Değerleri (Ω)**	
	Ankastre – Ankastre ve Serbest - Serbest	Ankastre - Serbest
1	3.1416	1.5708
2	6.2832	4.7124
3	9.4248	7.8540
4	12.5664	10.9956
5	15.7080	14.1372
6	18.8496	17.2788
7	21.9911	20.4204
	(μ=0.05 nm2, L=5nm) Frekans Parametresi Değerleri (Ω)	
	Ankastre – Ankastre ve Serbest - Serbest	Ankastre - Serbest
1	3.1110	1.5669
2	6.0489	4.6111
3	8.6849	7.4102
4	10.9550	9.8671
5	12.8535	11.9493
6	14.4120	13.6724
7	15.6791	15.0788
	(μ=1 nm2, L=5nm) Frekans Parametresi Değerleri (Ω)	
	Ankastre – Ankastre ve Serbest - Serbest	Ankastre - Serbest
1	2.6601	1.4986
2	3.9124	3.4293
3	4.4169	4.2178
4	4.6458	4.5515
5	4.7645	4.7139
6	4.8329	4.8030
7	4.8756	4.8565
	(μ=2 nm^2, L=5nm) Frekans Parametresi Değerleri (Ω)	
	Ankastre – Ankastre ve Serbest - Serbest	Ankastre - Serbest
1	2.3484	1.4355
2	3.0812	2.8281
3	3.3103	3.2239
4	3.4034	3.3658
5	3.4492	3.4299
6	3.4749	3.4638
7	3.4907	3.4837

BÖLÜM 5

GENEL SONUÇLAR

Bu çalışmada nano çubuğun serbest titreşimi incelenmiştir. Aynı denklem sistemlerine sahip olan ankastre – ankastre ve serbest – serbest sonlu nano çubuğun belkemiği eğrileri aynı grafikler üzerinde çizdirilmiştir.

Aynı şekilde ankastre – serbest, ankastre – ankastre veya serbest – serbest sonlu nano çubuk için sabit μ değerinde nano çubuğun boyu uzadıkça belkemiği eğrilerinin birbirine yaklaştığı tespit edilmiştir. Bu durumun ikinci modun birinci moda göre, üçüncü modun da ikinci moda göre daha belirgin olduğu gözlemlenmiştir.

Özdeğer problemi çözerek, belirli modlar arasında iç rezonans gözlenmiştir. Nano çubuk boyutlarında yerel olmayan elastisite teriminin etkisiyle birlikte klasik çubuk modelinde var olmayan iç rezonansların gerçekleşebileceği sonucuna varılmıştır. Bahsi geçen iç rezonansın yalnızca belirli bir yerel olmayan elastisite terimi değerinden sonra var olmaya başladığı ve bu terimin değeri arttıkça iç rezonans etkileşimin artabileceği anlaşılmıştır. Ayrıca bu grafik klasik modeldeki iç rezonans grafiğine benzemediği açıkça görülür.

KAYNAKLAR

[1] Eringen A.C., Edelen D.G.B., ***On nonlocal elasticity***, International Journal of Engineering Science, 10, 233-248, 1972

[2] Peddieson, J., Buchanan, G.R., McNitt, R.P., ***Application of nonlocal continuum models to nanotechnology***, International Journal of Engineering Science, 41, 305-312, 2003

[3] Sudak L.J., ***Column buckling of multiwalled carbon nanotubes using nonlocal continuum mechanics***, Journal of Applied Physics, 94, 7281-7287, 2003

[4] Wang L.F., Hu H.Y., ***Flexural wave propagation in single-walled carbon nanotubes***, Physical Review B, 71, 195412, 2005

[5] Wang Q., Liew K.M., ***Application of nonlocal continuum mechanics to static analysis of micro- and nano-structures***, Physics Letters A, 363, 236-242, 2007

[6] Aydogdu M., ***A general nonlocal beam theory: Its application to nanobeam bending***, bucking and vibration, Physica E 41, 1651-1655, 2009

[7] Aydogdu M., ***Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model***, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 41(5), 861–864, 2009

[8] Murmu T., Adhikari S., ***Nonlocal vibration of carbon nanotubes with attached buckyballs at tip***, Mechanics Research Communications, 38, 62–67, 2010

[9] Murmu T., Adhikari S., ***Nonlocal effects in the longitudinal vibration of double-nanorod systems***, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 43, 415–422, 2010

[10] Ciekot A., Kukla S., ***Free longıtudınalvıbratıon of a double-nanorod system***, Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics, 12(2), 15-22, 2013

[11] Danesh M., Farajpour A., Mohammadi M., ***Axial vibration analysis of a tapered nanorod based on nonlocal elasticity theory and differential quadrature method***, Mechanics Research Communications, 39, 23–27, 2011

[12] Narendara S., Gopalakrishnan S., ***Axial wave propagation in coupled nanorod system with nonlocal small scale effects***, Composites Part B: Engineering, 42, 2013–2023, 2011

[13] Huang Z., ***Nonlocal effects of longitudinal vibration in nanorod with internal long-range interactions***, International Journal of Solids and Structures, 49, 2150–2154, 2012

[14] Adhikaria S., Murmu T., McCarthy M. A., ***Dynamic finite element analysis of axially vibrating nonlocal rods***, Finite Elements in Analysis and Design, 63, 42–50, 2012

[15] Şimşek M., ***Nonlocal effects in the free longitudinal vibration of axially functionally graded tapered nanorods***, Computational Materials Science, 61, 257–265, 2012

[16] Aydogdu M., ***Axial vibration analysis of nanorods (carbon nanotubes) embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity***, Mechanics Research Communications, 43, 34–40, 2012

[17] Chang T. P., ***Small scale effect on axial vibration of non-uniform and non-homogeneous nanorods***, Computational Materials Science, 54, 23–27, 2012

[18] Chang T. P., ***Axial vibration of non-uniform and non-homogeneous nanorods based on nonlocal elasticity theory***, Applied Mathematics and Computation, 219, 4933–4941, 2013

[19] Aydogdu M., ***Longitudinal wave propagation in multiwalled carbon nanotubes***, Composite Structures, 107, 578–584, 2014

[20] Aydogdu M., ***Longitudinal wave propagation in nanorods using a general nonlocal unimodal rod theory and calibration of nonlocal parameter with lattice dynamics***, International Journal of Engineering Science, 56, 17–28, 2012

[21] Simo J.C., Vu-Quoc L., ***On the dynamics in space of rods undergoing large motions — A geometrically exact approach***, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 66, 125–161, 1987

[22] Ramesh A.V., Utku S., ***A comparison of approximate solutions for the axial free vibrations of uniform rods***, Journal of Sound and Vibration, 139, 407–424, 1990

[23] Gascón F., Bayón A., Varadé A., ***Measurement of longitudinal vibrations in a slender rod by optical heterodyne interferometry***, European Journal of Mechanics - A/Solids, 17, 167–177, 1997

[24] Li Q. S., ***Exact Solutions for Free Longitudinal Vibrations of Non-Uniform Rods***, Journal of Sound and Vibration, 234, 1-19, 2000

[25] Wang C.Y., ***Free vibration of a linked rod***, Journal of Sound and Vibration, 274, 455-459, 2004

[26] Lin H., Chang S., ***Free vibrations of two rods connected by multi-spring–mass systems***, Journal of Sound and Vibration, 330, 2509–2519, 2011

[27] Stephen N.G., Laib K.F., Youngb K., Chanc K.T., ***Longitudinal vibrations in circular rods: A systematic approach***, Journal of Sound and Vibration, 331, 107–116, 2011

[28] Guo S., Yang S., ***Free longitudinal vibrations of non-uniform rods***, Science China Technological Sciences, 54, 2735-2745, 2011

[29] Lewandowski R., ***Solution with bifurcation points for free vibration of beams: an analytical approach***, J. Sound Vib., 177(2), 239-249, 1994

[30] Lewandowski R., ***On beams membranes and plates vibration backbone curves in cases of internal resonance***, Meccanica, 31(3), 323-346, 1996

[31] Andrianov V., Danishevs'kyy V.V., ***Asymptotic approach for non-linear periodical vibrations of cintinuous structures***, J. Sound Vib., 249(3), 465-481, 2002

[32] Mousavi S.M., Fariborz S.J., ***Free vibration of a rod undergoing finite strain***, Journal of Physics Conference Series, 382(1), 2012

[33] Malvern L.E., ***Introduction to the Mechanics of a Continuum Medium***, Prentice Hall, Englwood Cliffs, New Jersey. 1969

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyad	EREN
Ad	Mehmet
Doğum Tarihi	03.09.1989
Doğum Yeri	Istanbul, TR
Sürücü Lisansı	B

İletişim Bilgileri

Telefon	+90(537)686-9770
Email	mehmeteren17@gmail.com
Ev Adresi	Ankara, Türkiye

Yabancı Dil

İngilizce

Eğitim

Mechanical Engineering-Management	Technische Universität Wien	2013-2014
Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı	Trakya Üniversitesi	2012-
Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü	Trakya Üniversitesi	2008-2012
Lise	Hacı Fahri Zümbül Anadolu Lisesi	2003-2007