T.C.

TRAKYA ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÜÇLÜ PERİYODİK MİNİMAL YÜZEYLİ (TPMS) YAPILARIN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ İNCELENMESİ

MURAT KÜÇÜK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Pınar Aydan DEMİRHAN

EDİRNE-2025

Murat Küçük'ün hazırladığı **"Üçlü Periyodik Minimal Yüzeyli (TPMS) Yapıların Dinamik Davranışlarının İncelenmesi"** başlıklı bu tez, tarafımızca okunmuş, kapsam ve niteliği açısından **Makine Mühendisliği** Anabilim Dalında bir **Yüksek lisans tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	İmza
Dr. Öğr. Üyesi Pınar Aydan DEMİRHAN	……
Doç. Dr. Vedat TAŞKIN	……
Dr. Öğr. Üyesi Mehtap AĞIRGAN	……

Tez Savunma Tarihi: 03/07/2025

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak gerekli şartları sağladığını onaylarım.

İmza

Dr. Öğr. Üyesi Pınar Aydan DEMİRHAN

Tez Danışmanı ……

Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü onayı

……

Doç. Dr. Filiz UMAROĞULLARI

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TRAKYA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

DOĞRULUK BEYANI

Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında, tüm verilerin bilimsel ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini, kullanılan verilerde tahrifat yapılmadığını, tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını, kullanılan tüm literatür bilgilerinin bilimsel normlara uygun bir şekilde kaynak gösterilerek ilgili tezde yer aldığını ve bu tezin tamamı ya da herhangi bir bölümünün daha önceden Trakya Üniversitesi ya da farklı bir üniversitede tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

03 / 07 / 2025

Murat KÜÇÜK

Yüksek Lisans Tezi

Üçlü Periyodik Minimal Yüzeyli (TPMS) Yapıların Dinamik Davranışlarının İncelenmesi

Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

ÖZET

Bu tez çalışmasında Üçlü Periyodik Minimal Yüzeyli (TPMS) yapıların dinamik davranışları, Gyroid, Diamond, Primitive ve I-WP topolojilerine sahip kafes kirişlerin çeşitli sınır koşulları altında sergilediği deformasyon, modal analiz ve kritik burkulma kuvvetleri incelenmiştir. TPMS yapıların yüksek mekanik performans, hafiflik ve enerji emilimi gibi önemli avantajlara sahiptir. Bu çalışmanın amacı, TPMS geometrisinin ve sınır koşullarının yapıların doğal frekansları, eğilme ve burkulma kuvvetleri üzerindeki etkilerini anlamaktır.

Simcenter 3D yazılımı kullanılarak, her TPMS topolojisi için farklı sınır koşulları tanımlanmış ve her yapı için doğal frekans, deformasyon ve burkulma kuvvetleri hesaplanmıştır. Yapılan analizler, TPMS yapıların geometrisinin ve doğru sınır koşullarının, rezonansa girme, deformasyon ve burkulma riskini minimize etmekte kritik rol oynadığını göstermektedir. Sonuç olarak, TPMS yapıların doğru sınır koşullarıyla optimize edilmesinin yapısal dayanıklılığı ve dinamik performansı iyileştirebileceğini ortaya koymaktadır.

Yıl : 2025

Sayfa Sayısı : 88

Anahtar Kelimeler : TPMS, Modal analiz, Statik analiz, Burkulma analizi, Simcenter 3D

Master's Thesis

Analysis of Dynamic Behavior of Triply Periodic Minimal Surface (TPMS) Structures

Trakya University, Institute of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

ABSTRACT

This thesis investigates the dynamic behaviors of Triply Periodic Minimal Surface (TPMS) structures, focusing on lattice beams with Gyroid, Diamond, Primitive, and I-WP topologies, and their deformation, modal analysis, and critical buckling forces under various boundary conditions. TPMS structures have significant advantages such as high mechanical performance, lightness, and energy absorption. The objective of the study is to understand the effect of TPMS geometry and boundary conditions on the structures' natural frequencies, bending, and buckling forces.

Using Simcenter 3D software, different boundary conditions were defined for each TPMS topology, and the natural frequencies, deformations, and buckling forces were calculated for each structure. The analysis demonstrates that TPMS geometry and the correct combination of boundary conditions play a critical role in minimizing resonance, deformation, and buckling risks.

The study concludes that optimizing TPMS structures with appropriate boundary conditions can improve structural integrity and dynamic performance.

Year 2025

Number of Pages : 88

Keywords : TPMS, Modal analysis, Static analysis, Buckling analysis, Simcenter 3D

TEŞEKKÜR

Akademik yolculuğum boyunca bilgisi, yol göstericiliği, sabrı ve anlayışıyla bana daima destek olan ve hem bilimsel hem de kişisel gelişimimde unutulmaz katkılar sunan saygıdeğer hocam Dr. Öğr. Üyesi Pınar Aydan Demirhan'a teşekkür ederim.

Deneyimi ve engin bilgisiyle bana yol gösteren sayın Doç. Dr. Vedat Taşkın'a teşekkür ederim.

Başta abim Emre Küçük olmak üzere aileme, tüm bu süreçte vermiş oldukları destek ve göstermiş oldukları sabırdan dolayı minnetlerimi sunar, teşekkür ederim.

Değerli meslektaşım ve dostum Uğur Sayın'a tüm süreç boyunca vermiş olduğu desteklerden dolayı teşekkür ederim.

Çalışmam süresince sağladıkları yazılım, donanım ve desteklerden dolayı Boğaziçi Yazılım A.Ş.'ye teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET iv
ABSTRACT v
TEŞEKKÜR vi
İÇİNDEKİLER vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ ix
ŞEKİLLER DİZİNİ xi
ÇİZELGELER DİZİNİ xiii
BÖLÜM 1 1
GİRİŞ 1
1.1. Birim Hücre 2
BÖLÜM 2 4
TEZİN KONUSU VE KAPSAMI 4
BÖLÜM 3 5
LİTERATÜR ÖZETİ 5
BÖLÜM 4 16
TPMS MATEMATİĞİ VE TASARIMI 16
4.1. TPMS Yapıların Matematiği ve Tasarımı 16
4.2. Minimal Yüzeylerden Periyodik Hücresel Malzemelere (Kafes Yapıları) 21
4.3. TPMS Tasarımlarının Fonksiyonel Derecelendirilmesi 24
BÖLÜM 5 27
TPMS OLUŞTURMA PROGRAMLARI VE SIMCENTER 3D 27

5.1. The Surface Evolver 29
5.2. MiniSurf 30
5.3. MS Lattice 31
5.4. LattGen 33
5.5. Simcenter 3D 34
BÖLÜM 6 37
MATERYAL VE YÖNTEM 37
6.1. TPMS Tasarımı ve Matematiksel Modeli 37
6.2. Modal Analiz 45
6.3. Statik Analiz 51
6.4. Burkulma Analizi 52
BÖLÜM 7 54
SONUÇLAR VE TARTIŞMA 54
BÖLÜM 8 66
SONUÇ VE ÖNERİLER 66
KAYNAKLAR 68
TEZ ÖĞRENCİSİNE AİT BİLİMSEL ÇIKTILAR 73
ÖZGEÇMİŞ 74

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar

RVE	Temsil Edici Birim Hacim anlamına gelir. Representative Volume Element ifadesinin kısaltmasıdır.
TPMS	Triply Periodic Minimal Surfaces kısaltmasıdır
FEM	Sonlu elemanlar yöntemi anlamına gelir. Finite Element Method ifadesinin kısaltmasıdır.
FEA	Sonlu elemanlar analizi anlamına gelir. Finite Element Analysis ifadesinin kısaltmasıdır.
CFD	Hesaplamalı akışkanlar dinamiği anlamına gelir. Computational Fluid Dynamics ifadesinin kısaltmasıdır.
CAD	Bilgisayar destekli tasarım anlamına gelir. Computer-Aided Design ifadesinin kısaltmasıdır.
MSC	MacNeal-Schwendler Corporation firmasının isminin kısaltmasıdır.
UGS	Unigraphics Solutions firmasının isminin kısaltmasıdır.
CAE	Bilgisayar destekli mühendislik anlamına gelir. Computer-Aided Engineering ifadesinin kısaltmasıdır.
STL	Stereolithography ifadesinin kısaltmasıdır. Üç boyutlu tasarımların dosya formatıdır.
A	Ankastre mesnet
B	Basit destek
S	Serbest uç
UGS	Unigraphics Solutions adlı özel bir şirketin kısaltmasıdır.

Simgeler

H	Ortalama eğrilik
k_1	Birinci temel eğrilik
k_2	İkinci temel eğrilik
ψ	Uzaydaki skaler alan
α	Faz kayması
ϕ	Uzayda skaler alan
c	Seviye seti sabiti
L_x	x birim hücre boyutu
L_y	y birim hücre boyutu
L_z	z birim hücre boyutu
λ	Birim hücre yüzeyi için normalize edilmiş yüzey alanının hacme oranını
S	Birim hücrenin yüzey alanı
V	Birim hücrenin hacmi
X	Normalize edilmiş yüzey alanı çarpanı
K	Rijitlik matrisi
M	Kütle matrisi
β	Öz değer
φ	Öz vektör

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Meusnier'in keşfettiği helikoid ve katenoid minimal yüzeyler 6

Şekil 3.2. Scherk tarafından oluşturulan iki minimal yüzey 6

Şekil 3.3. Riemann minimal örneklerinden biri 7

Şekil 3.4. Schwarz'ın kitabındaki ilk Diamond yüzey ve Primitive yüzey 8

Şekil 3.5. Schwarz'ın kitabından Primitive yüzey ve Hexagonal yüzey 9

Şekil 3.6. Dört kollu dallanmış katenoid 10

Şekil 3.7. Sınırlayıcı hücre içine yerleştirilmiş, 12 temel yamadan oluşan Gyroid 11

Şekil 3.8. Schoen'in I-Wp yüzeyi 12

Şekil 3.9. Ashby diyagramı 14

Şekil 4.1. Surface Evolver programında oluşturulmuş Primitive yapı örneği 17

Şekil 4.2. Seviye-set sabiti c'nin değiştirilmesinin TPMS yüzeyinin morfolojisi üzerindeki etkisi 20

Şekil 4.3. Birim (1 mm^3) kübik hacimle sınırlanmış farklı TPMS'lerin yüzey alanları 21

Şekil 4.4. Katı-ağ (solid-networks) ve levha-ağ (sheet-networks) kafes yapılarını oluşturma stratejileri 23

Şekil 4.5. Levha-ağ kafeslerinin hacim oranının c değerine bağlı olarak değişimi 23

Şekil 4.6. Katı-ağ kafeslerinin hacim oranının c değerine bağlı olarak değişimi 24

Şekil 4.7. Katı-ağların hacim oranının %50'den %10'a lineer olarak derecelendirilmesi 25

Şekil 4.8. Katı-ağ yapılarının hacim oranının %10'dan %50'ye ve sonra tekrar %10'a ikinci dereceden (kuadratik) derecelendirilmesi 25

Şekil 4.9. Levha tipi ağların (sheet-networks) hacim oranının lineer olarak %30'dan %10'a derecelendirilmesi 26

Şekil 5.1. TPMS yapıların erken dönem örnekleri 28

Şekil 6.1. LattGen ile oluşturulan TPMS yapılar 38

Şekil 6.2. Simcenter 3D içerisine aktarılan Primitive tasarımı 39

Şekil 6.3. Simcenter 3D Pre/Post modülü $i_.prt$, $.fem$ ve $.sim$ dosyası oluşturma ekranı 40

Şekil 6.4. 2D mesh oluşturma ekranı 41

Şekil 6.5. 2D mesh oluşturulmuş TPMS yapı 41

Şekil 6.6. 3D Tetrahedral mesh oluşturma ekranı 42

Şekil 6.7. 3D Tetrahedral mesh oluşturulmuş TPMS yapı 43

Şekil 6.8. Meshlerin fiziksel özellikler tablosu 44

Şekil 6.9. Reflect komutuyla oluşturulmuş TPMS yapı 45

Şekil 6.10. Simcenter 3D çözüm penceresi 47

Şekil 6.11. Genişletilmiş çözüm penceresi 48

Şekil 6.12. Modal analiz için sınır koşulları 49

Şekil 6.13. Sınır koşullarının olduğu düğüm noktalarından oluşturulan grup 50

Şekil 6.14. Simcenter 3D sınır koşullarının uygulanması 50

Şekil 6.15. Tüm sınır koşulları için Primitive yapının birinci modları 51

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 6.1. Çeliğin mekanik özellikleri 43

Çizelge 7.1. Çalışmalarındaki malzeme özellikleri 54

Çizelge 7.2. Çalışmalarındaki çelik I-WP morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 54

Çizelge 7.3. Çalışmalarındaki alüminyum I-WP morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 55

Çizelge 7.4. Çalışmalarındaki ile titanyum I-WP morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 55

Çizelge 7.5. Çalışmalarındaki çelik Gyroid morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 55

Çizelge 7.6. Çalışmalarındaki alüminyum Gyroid morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 56

Çizelge 7.7. Çalışmalarındaki titanyum Gyroid morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 56

Çizelge 7.8. Çalışmalarındaki çelik Primitive morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 56

Çizelge 7.9. Çalışmalarındaki alüminyum Primitive morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 57

Çizelge 7.10. Çalışmalarındaki titanyum Primitive morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması 57

Çizelge 7.11. Primitive yapının tüm sınır koşulları için modları (4mm*4mm*40mm) (0.35 yoğunluk) 58

Çizelge 7.12. I-WP yapının tüm sınır koşulları için modları (4mm*4mm*40mm) (0.35 yoğunluk) 58

Çizelge 7.13. Kirişin farklı yoğunluk oranlarına göre 1. mod frekansları (1mm*1mm*10mm) 60

Çizelge 7.14. Kirişin farklı yoğunluk oranlarına göre 2N eğme kuvveti etkisindeki maksimum deformasyonları (1mm*1mm*10mm) 62

Çizelge 7.15. Kirişin farklı yoğunluk oranlarına göre kritik burkulma kuvvetleri (1mm*1mm*10mm) 63

BÖLÜM 1

GİRİŞ

İnsanlık ilk çağlardan beri oluşturduğu yapılarda ve sistemlerde dışarıdan gelen etkilere karşı dayanıklılığı artırmaya çalışmıştır. Bunu yapabilmek için alternatif malzemeler, üretim yöntemleri ve birçok farklı yaklaşım geliştirmiştir. Modern çağda malzeme yapıları üzerindeki kontrol kabiliyetimiz artırılmıştır. Bilim insanları malzemeyi oluşturan birim hücrenin özelliklerini kontrol edebilme fikrine odaklanmıştır. Böylece malzeme bilimi, bilim insanlarını farklı mühendislik disiplinleri için hücresel malzemeleri tasarlamaya ve sentezlemeye teşvik edilmiştir. Bu nedenle, yüksek dayanıklılık/ağırlık oranı, ısı dağılım kontrolü ve artırılmış mekanik enerji absorpsiyonu gibi özellikleri olan ve yapısal olarak kontrol edilmiş özelliklere sahip hücresel malzemeler üretmeye çalıştık. Birim hücresinin özellikleri kontrollü şekilde belirlenmiş olan bu tür malzemeler, "metamalzemeler" olarak tanımlanmıştır.

Metamalzemelerin temel fikri ve teorik hesaplamaları 1968 yılında Veselago tarafından ortaya konulmuştur(Veselago, 1968). Smith, Pendry ve diğer araştırmacılar, metamalzemelerin deneysel ve mühendislik temellerini atılmıştır (Padilla vd., 2006). Walser, 2001 yılında bu çalışmaların ardından, yapıları kontrol edilebilir sistemler için metamalzeme tanımını ilk kez yapmıştır (Walser, 2001).

Metamalzeme tanımı yapılmadan çok önce bile, malzeme özelliklerini kontrol etmeye yönelik çeşitli çalışmalar gerçekleştirildi. Bu çalışmalar arasında, yapısal olarak düzensiz olsalar da birim hücre yapılarını kontrol etme amacı taşıyan ilk örnekler köpük yapılardır (Deshpande & Ashby, 2001).

1.1. Birim Hücre

Birim hücrenin veya temsil edici birim hacminin (RVE) morfolojisine ve gözeneklerinin bağlantısına dayanarak, hücresel malzemeler açık hücreli veya kapalı hücreli malzemeler olarak sınıflandırılabilir. Ayrıca, birim hücrenin veya RVE'nin rastgelelik veya yapılandırmanın seviyesine göre, stokastik (köpükler) veya periyodik hücresel malzemeler (kafesler) olarak sınıflandırılabilir (Gibson & Ashby, 1999).

Şüphesiz ki mühendislik malzemeleri arasında köpükler hafif yapıları, termal enerji emilimi ve titreşim sönümleme gibi üstün özellikleri, endüstriyel uygulamalarda tercih edilmelerinde etkili olmuştur. Köpüklerin bu üstün özelliklerinin yanı sıra gözenek yapısının kontrol edilememesi ve oluşan süreksizliklerden dolayı beklenmeyen yapısal hasarların oluşması gibi dezavantajları da vardır.

Bu dezavantajlar sebebiyle bilim insanları kontrol edilebilen gözenekli ve düzenli yapılar için çalışmaları yoğunlaştırmış ve malzeme bilimi bu yönde hızla ilerlemiştir. Bu gözenekli ve düzenli yapılar, kafes yapılar olarak karşımıza çıkmaktadır. Düzenli yapıların birim hücrelerinin morfolojisi de kontrol edilebilmektedir.

Kafes yapılar, birbirine bağlı çubuklardan oluşan bir ağdır. Yapısal mühendislik dilinde, bir kafes makası veya uzay kafesi, uç noktalarından pimle birleştirilmiş veya rijit olarak bağlanmış çubuk dizilerini ifade eder. Bu çubuklar genellikle geleneksel yapı malzemelerinden yapılır. Amaç, mümkün olduğunca az malzeme kullanarak sert, güçlü, yük taşıyabilen yapılar oluşturmak ya da gerektiğinde mümkün olduğunca hafif yapılar elde etmektir (Scheffler & Colombo, 2005).

Kafes yapılarla ilgili geçmişte birçok önemli çalışma yapılmış olsa da Eyfel Kulesi gibi çalışmaların yapıldığı 19. yüzyılın ortalarında kafes yapılar altın çağını yaşamaktaydı. Aynı zamanda yeni yapılan çalışmalar birim hücreleri kafesler olarak değil yüzeyler olarak da tanımlanabileceğini ortaya konulmuştur. Yüzeysel olarak tanımlanabilen birim hücrelerin sürekliliğinin, minimal yüzeyler aracılığıyla matematiksel olarak sağlanabileceği kanıtlanmıştır.

Minimal yüzeyler, doğada gerilme altında en küçük yüzey alanını oluşturacak şekilde şekil alırlar ve bu durum da ortalama eğriliğin sıfır olmasına neden olur. Bu durum, yüzeyin gerilme altında minimum enerjiye sahip olma eğiliminden kaynaklanır.

Böylece birim hacim ve birim yoğunluğa göre en dayanıklı yapılar elde edilebilir (Schoen, 1970).

Tamamı minimal yüzeylerden oluşan kontrol edilebilir bir birim hücrede, minimal yüzeylerin kendini tekrar etmesi gerektiği de matematiksel olarak ortaya konulmuştur. Bu yapılar Triply Periodic Minimal Surfaces (TPMS) olarak adlandırılır. Bilim insanları tarafından TPMS yapılar oluşturabilmek için yeni minimal yüzeyler keşfetme arayışına başlanmıştır. Bunun en büyük sebeplerinde biri de minimal yüzeyli yapıların çubuk kafes yapılara kıyasla üstün mekanik performans göstermesidir.

Bu avantajlara ek olarak, eklemeli imalat teknolojisinin hızla gelişmesi, yapıların morfoloji ve topolojisinin kontrol edilebilir biçimde ve hızla şekilde üretilmesine olanak sağlamıştır. Tüm bu ilerlemelerle birlikte ağırlığı azaltılmış mekanik ve fiziksel özellikler bakımından avantajlı, üretilebilirliği kolay olan malzeme arayışı hızlanmıştır. Bilim insanlarının bu arayışı başka önemli bir problemin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Uygun kafes topolojisini seçmek önemli bir problemdir. Bu nedenle, mekanik ve fiziksel özellikleri, kafeslerin görece yoğunluğu ve sergiledikleri topolojiye bağlı olarak tanımlayan malzeme-topoloji-özellik ilişkisini anlamak, geliştirilmiş son kullanım özelliklerine sahip ürün tasarımına olanak tanımak için bir ön koşuldur. Bu da tasarımla malzeme oluşturma alanının ortaya çıkmasına zemin hazırladı (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019).

BÖLÜM 2

TEZİN KONUSU VE KAPSAMI

Topolojinin ve malzeme özelliklerinin tasarıma bağlı olarak kontrol edilebilmesi, modern dünyada karşılaştığımız en büyük sorunların çözümüne bir adım daha yaklaşmamızı sağlamıştır. Daha hafif ve daha dayanıklı yapılar elde etmek, bu çalışmanın temel hedefidir. Bu nedenle, bu çalışmada TPMS yoğunluğa bağlı olarak temsil edici birim hacim morfolojisi incelenmiş ve kirişin statik analiz ile eğilme davranışı, serbest titreşim ve burkulma özellikleri değerlendirilerek titreşim karakteristikleri ortaya konulmuştur.

Bu çalışma kapsamında TPMS yapılar Gyroid, Diamond, I-WP ve Primitive morfolojisinde Lattgen paket programıyla oluşturulmuştur. Birim yoğunluk oranlarıyla yapılar kiriş olarak modellenmiştir. Bu kiriş modelleri Siemens Simcenter 3D programı kullanılarak statik, modal ve burkulma analizleri yapılmıştır. TPMS yapılar üzerindeki mekanik etkileri karşılaştırılmıştır.

BÖLÜM 3

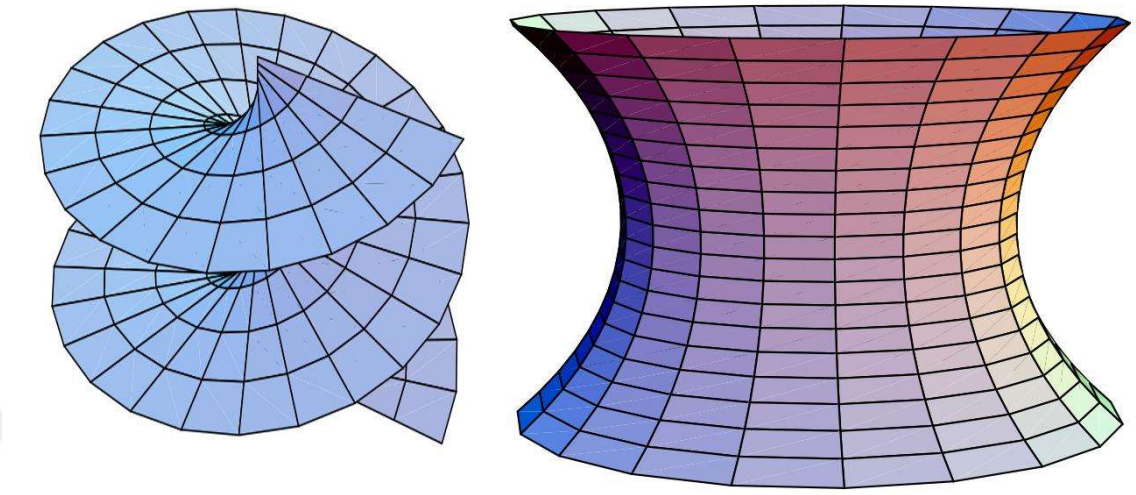
LİTERATÜR ÖZETİ

Minimal yüzeylerle ilgili çalışmalar, ünlü matematikçi Jean Bernoulli'nin en kısa sürede inen yol (brachistochrone) problemine dair çözümüne kadar uzanmaktadır. Ancak Bernoulli'nin çözümleri yalnızca belirli yöntemler için geçerli olmuştur. Minimal yüzeylerin daha kapsamlı biçimde ele alınması ise izoperimetrik problemler üzerine yapılan araştırmalar sayesinde mümkün olmuştur. Bu alanda çalışan büyük geometrisyen Jacques Bernoulli, benzer türden bazı problemleri çözmek amacıyla genel kurallar önermiştir. Ancak bu kurallar yeterince kapsamlı olmadığından, ünlü matematikçi Euler bu tür problemlerin tümünü genel bir yöntemle çözmek üzere girişimlerde bulunmuştur. Bu çalışmalar sırasında yaptığı matematiksel hesaplamalar, ilk minimal yüzeylerin ortaya konmasını sağlamıştır. Euler, catenoid yüzeyleri ilk kez *Scientia Navalis* (1736) ve *Sur la Courbure des Surfaces* (1767) adlı çalışmaları kapsamında ele almıştır. Özellikle 1767 yılında yayımlanan *Sur la Courbure des Surfaces* (Yüzeylerin Eğriliği Üzerine) adlı çalışmasında, sabun filmi yüzeylerine ve catenoid gibi minimal yüzeylerin matematiksel analizine yer vermiştir (Nitsche, 1989) (Dierkes vd., 1992).

Joseph Plateau çalışmalarında yüzey gerilimini keşfetmiştir. Bu keşfin ardından sabun filmleri üzerinde yaptığı deneysel çalışmalarda minimal yüzeylerin fiziksel örneklerini gözlemlemiştir. Ancak bu çalışmalarda analitik bir çözüm yoktur(Wautier vd., 2012). İlerleyen yıllarda, literatürde Plateau'nun sabun yüzeylerine ithafen minimal yüzeyler 'Plateau yüzeyleri' olarak isimlendirilmiştir. Minimal yüzeylerin matematiksel olarak ifade edilmesi problemi ise 'Plateau problemi' olarak adlandırılmıştır.

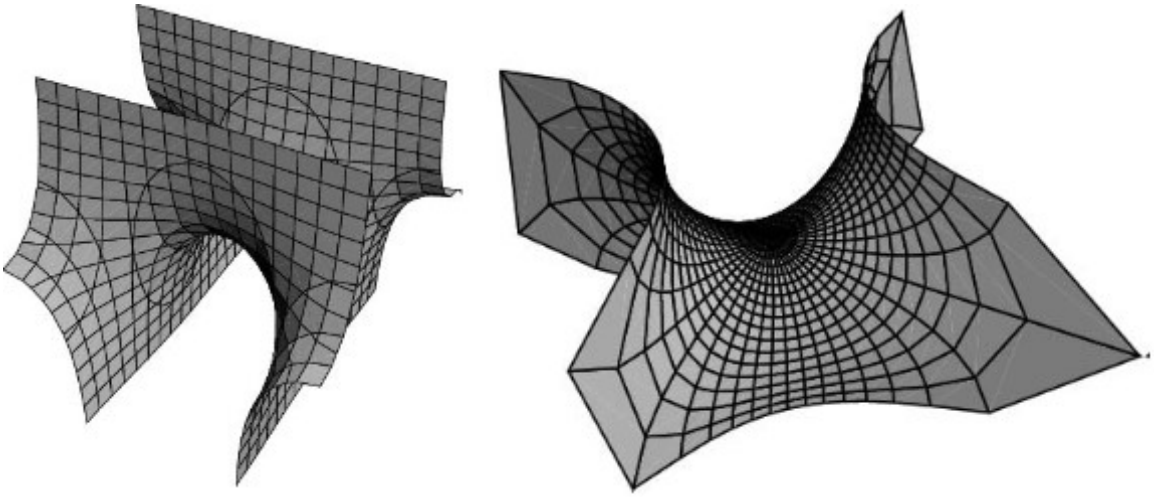
Meusnier, "Mémoire sur la courbure des surfaces" (Yüzeylerin Eğrilik Teorisi) adlı eserini 1785 yılında yayımlamıştır. Bu çalışmasında, minimal yüzeylerin eğriliğini diferansiyel denklemlerle açıklamayı hedeflemiş, iki yüzeyin minimal yüzey olduğunu

ortaya koymuş ve bu yüzeyler üzerinde analitik hesaplamalar gerçekleştirmiştir (Nitsche, 1989).



Şekil 3.1. Meusnier'in keşfettiği helikoid ve katenoid minimal yüzeyler (*Helicoid from Wolfram MathWorld*, 2025)(*Catenoid from Wolfram MathWorld*, 2025)

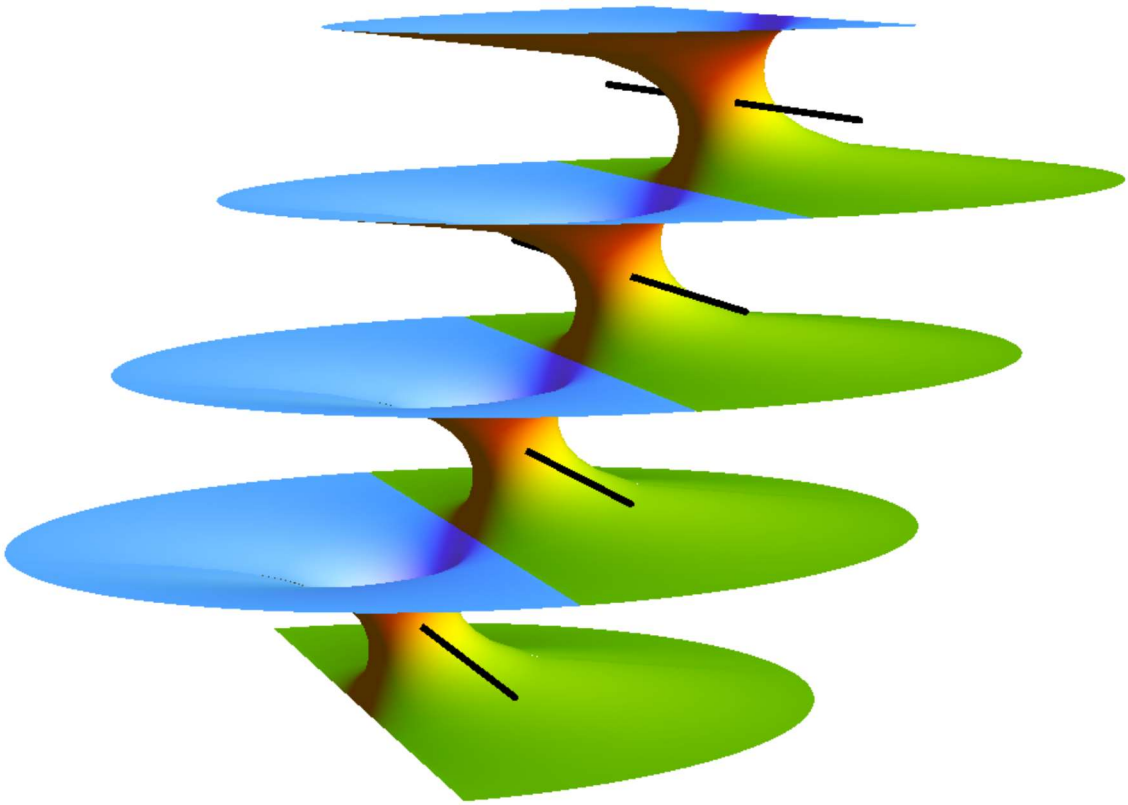
Scherk çalışmalarında minimal yüzeyler için genelleştirilmiş bir çözüm aramıştır. Çalışmalarında Meusnier'in daha önce tanımladığı vida yüzeyi ve zincir eğri yüzeyi gibi özelleşmiş minimal yüzeyler için genel bir çözüm geliştirmiş ve bu yüzeylerin gerçekten minimal olduğunu analitik olarak ispatlamıştır. Ayrıca, bu ispat sürecinde yeni minimal yüzeyler de ortaya koymuştur(Weisstein, 2002).



Şekil 3.2. Scherk tarafından oluşturulan iki minimal yüzey (Weisstein, 2002)

Minimal yüzeylerin erken dönem çalışmalarında Ernst Eduard Kummer'in (1865) çalışması literatürde yer almaktadır. Kendi adıyla anılan Kummer yüzeyleri yöntemini geliştirmiş ve minimal yüzeylerin temsil edilmesi konusunda daha sonraki çalışmalara zemin hazırlamıştır (Weisstein, 2002).

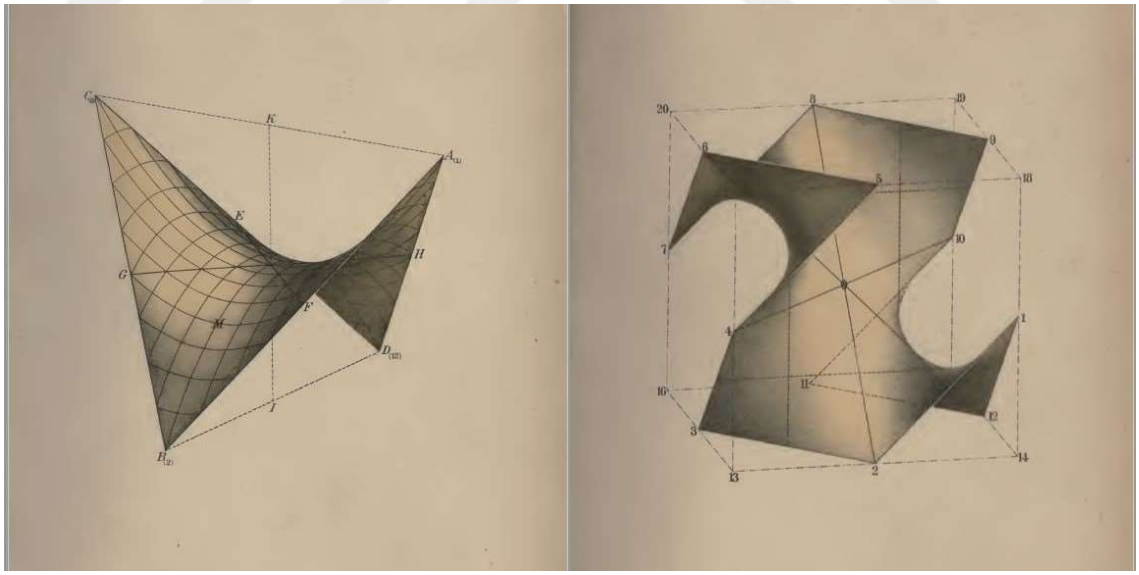
Periyodik minimal yüzeyler ilk kez Riemann tarafından tanımlanmıştır. Bernhard Riemann, 1866 yılında hayatını kaybetmiştir. Ölümünden kısa bir süre sonra, ofisinde çok sayıda yayımlanmamış el yazması belge bulunmuştur. Bu belgelerden biri, Hattendorf ve Weber tarafından Riemann'ın 1860–61 yıllarına ait orijinal notlarına dayanarak kaleme alınmıştır. Çalışma, üç boyutlu Öklid uzayında R^3 minimal yüzeyler teorisine odaklanmaktadır. Bu yeniden yazılmış eserlerde Riemann, sınırları olan yüzeylerin örneklerini tanımlamış ve bu yüzeylerin, verilen açık sınır koşulları altında alanı en aza indirdiğini göstermiştir. Bu çalışma bizlere periyodik minimal yüzeylerin tanımını vermiştir. Bu nedenle, literatürde söz konusu yapılara Riemann yüzeyleri adı verilmeye başlanmıştır (Meeks & Perez, 2018).



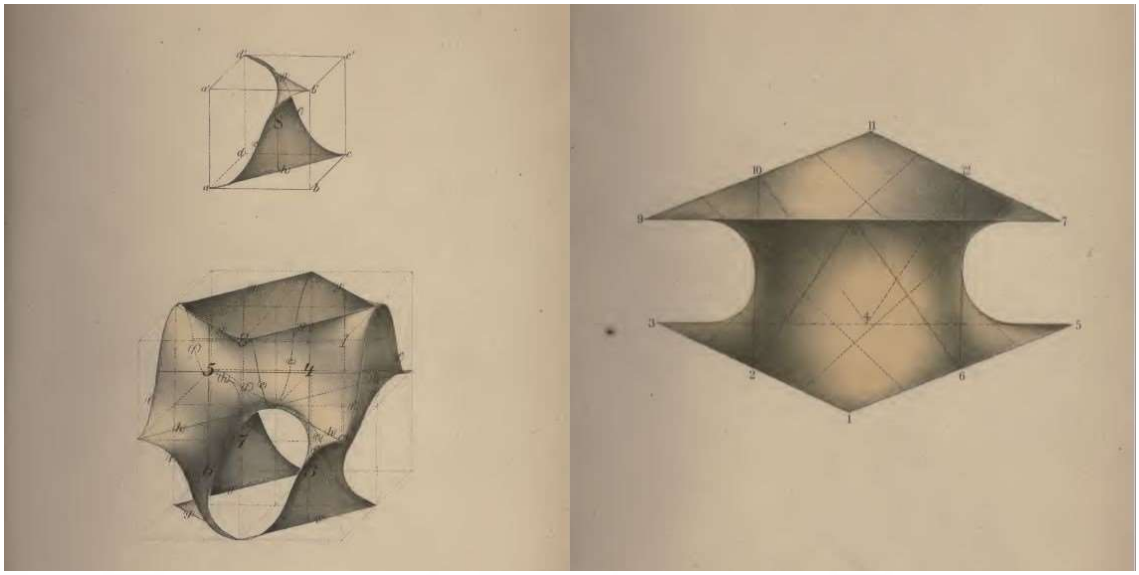
Şekil 3.3. Riemann minimal örneklerinden biri (Meeks & Perez, 2018)

Minimal yüzeylerin parametrik olarak tanımlanmasında en yaygın ve etkili yöntemlerden biri Enneper–Weierstrass temsil formülüdür. Bu formül, ortalama eğriliği sıfır olan yüzeylerin karmaşık düzlemde tanımlı iki fonksiyon aracılığıyla ifadesine olanak sağlar. Karl Weierstrass tarafından 1866 yılında geliştirilen bu yaklaşım, daha önce Alfred Enneper tarafından tanımlanan bazı yüzeylerin de genelleştirilmesini mümkün kılmıştır. Temsil formülünde biri holomorfik, diğeri meromorfik olmak üzere iki karmaşık fonksiyon kullanılarak minimal yüzeyin üç boyutlu uzaydaki parametrik yapısı tanımlanır. Bu yapı sayesinde, karmaşık düzlemde yapılan analiz ile üç boyutlu geometrik yüzeyler oluşturulabilmekte ve yüzeyin metrik özellikleri doğrudan hesaplanabilmektedir (Dierkes vd., 1992).

Minimal yüzeylerin kendi içlerinde tekrar ederek simetrik yapılar oluşturduğu, 1890 yılında "Mathematische Abhandlungen" kitabında Schwarz tarafından ortaya konmuştur. Bu çalışmada yer alan yapılar literatürdeki ilk TPMS örnekleridir. Böylece ilk TPMS yapılar Schwarz çalışmasında Primitive ve Diamond yüzeyleri olarak ortaya koymuştur (Nitsche, 1989)(Schwarz, 1890).



Şekil 3.4. Schwarz'ın kitabındaki ilk Diamond yüzey ve Primitive yüzey (Schwarz, 1890)



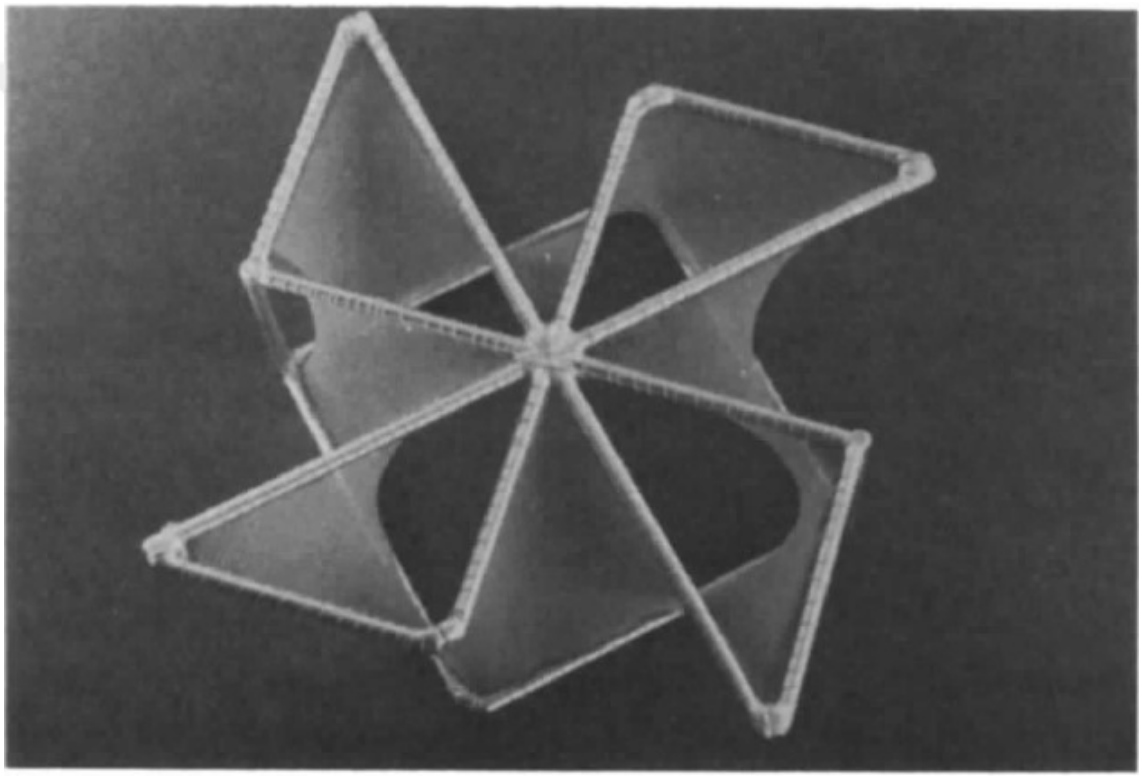
Şekil 3.5. Schwarz'ın kitabından Primitive yüzey ve Hexagonal yüzey (Schwarz, 1890)

TPMS yapılarla ilgili çalışmalarda uzun süre önemli bir ilerleme kaydedilememiştir. Bu uzun aranın ardından ilk devrimsel çalışma 1970'te Schoen tarafından yapılmıştır. Bilinen beş TPMS yapısına ek olarak, 12 yeni TPMS yapısı oluşturulmuştur. Bu çalışmada ortaya konulan en büyük bilimsel buluş Gyroid yapısıdır(Schoen, 1970).

Schwarz ve Schoen arasındaki dönem, minimal yüzeylerin teorik temellerinin derinlemesine incelendiği ve daha ileri uygulamalar için teorik çerçevenin oluşturulduğu bir süreçtir ve Lebesgue, Plateau problemini matematiksel olarak formüle etmiştir. Douglas ve Radó, Plateau problemini birbirinden bağımsız olarak çözmüş ve böylece minimal yüzeylerin varlığını kanıtlamışlardır (Colding vd., 2023)(Rassias, 1992). Diferansiyel geometrideki ilerlemeler ve bilgisayarların matematiksel çalışmalarda kullanılmaya başlanması, Schoen'in TPMS yapılarını keşfetmesine olanak sağlayan teorik ve teknik altyapıyı oluşturmuştur.

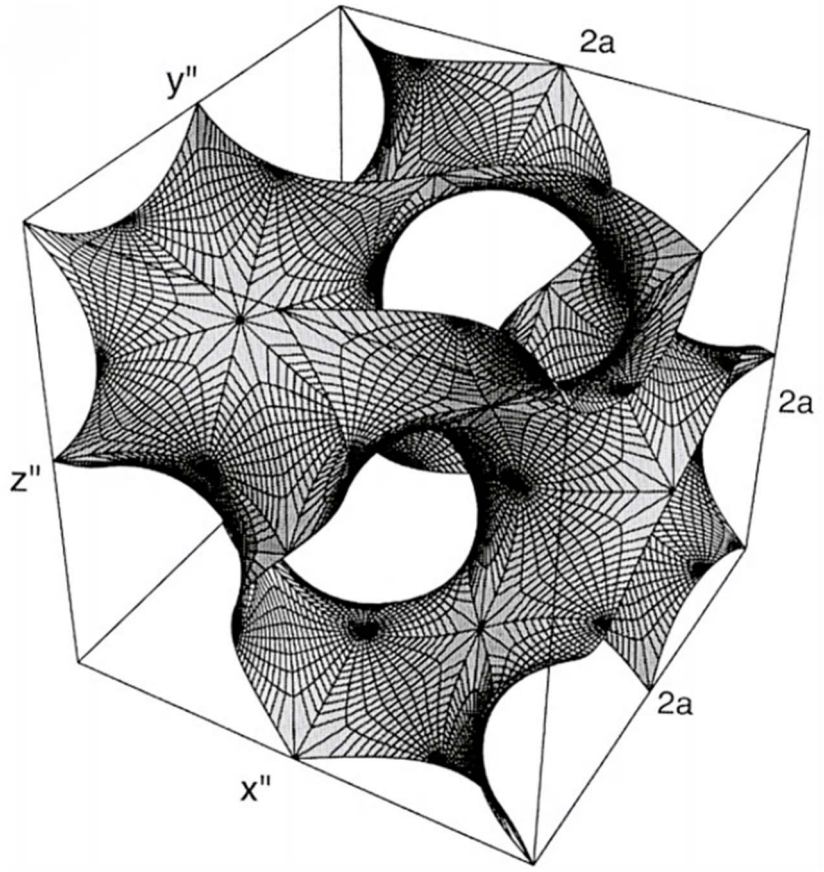
Koch ve Fischer tarafından yapılan "On 3-Periodic Minimal Surfaces" (3-Periyodik Minimal Yüzeyler Üzerine) çalışması, minimal yüzeylerin grup-alt grup ilişkileriyle sistematik bir şekilde sınıflandırılmasını sağlamış ve cins(genus) gibi topolojik özelliklerini detaylandırmıştır. Yeni kübik olmayan minimal yüzey türleri tanımlanarak poroz malzeme tasarımı ve biyomalzeme mühendisliği için yenilikçi çözümler sunulmuştur. Bu yaklaşım, periyodik yapıların anlaşılması ve optimize edilmesi için güçlü bir temel oluşturmuştur (Koch & Fischer, 1988).

1989 yılında Fischer ve Koch tarafından tanımlanan dallanmış katenoid yapıları, minimal yüzeylerin kristalografik simetri gruplarıyla ilişkilendirilerek sınıflandırılmasına önemli katkı sağlamıştır. Bu çalışma, TPMS yapılarının matematiksel temellerini derinleştirmiştir. Parametrik olarak tanımlanabilen oluşturucu çevrimleri ve simetrik tekrar yapıları sayesinde bu yüzeylerin CAD ortamlarında modellenmesi kolaylaşmıştır. Ayrıca bu yapıların topolojik ve geometrik özellikleri, malzeme bilimi ve mühendislik gibi alanlarda önemli bir rol oynamaktadır. Özellikle gözenekli malzeme tasarımı, biyomedikal iskele sistemleri ve mekanik performans optimizasyonu gibi uygulamalara yönelik yeni araştırma alanlarına zemin hazırlamıştır (Fischer & Koch, 1989).



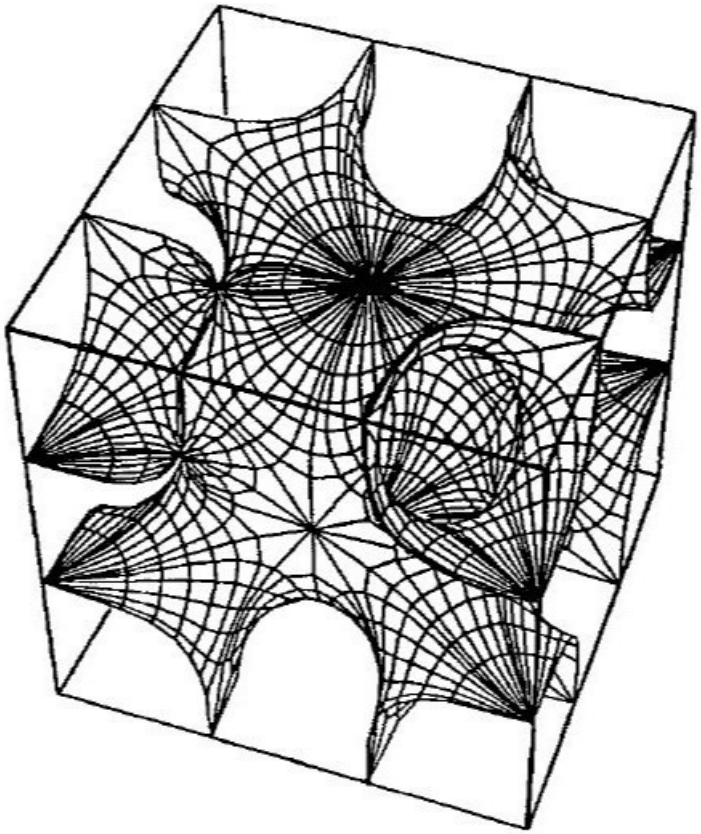
Şekil 3.6. Dört kollu dallanmış katenoid (Fischer & Koch, 1989)

Gandy, çalışmasında Gyroid tipi TPMS'in analitik parametrizasyonunu gerçekleştirmiştir. Yüzeyin geometrik özellikleri ve özellikle yüzey-hacim oranı gibi metrikler kesin olarak hesaplanmıştır. Bu çalışma, Gyroid yüzeyinin matematiksel ve geometrik yapısını ayrıntılı biçimde tanımlayarak bu tür yüzeylerin teorik analizi ve anlaşılmasına önemli katkılar sunmuştur (Gandy & Klinowski, 2000).



Şekil 3.7. Sınırlayıcı hücre içine yerleştirilmiş, 12 temel yamadan oluşan Gyroid (Gandy & Klinowski, 2000)

Karcher, çalışmasında Schoen'in tanımladığı üçlü periyodik minimal yüzeyleri analiz etmiş ve bu yüzeylerin sabit ortalama eğrilikli yüzeylere dönüşüm süreçlerini matematiksel olarak ortaya koymuştur. Bu çalışmada, Lawson yöntemi kullanılarak minimal yüzeylerin parametrik deformasyonları ve sabit ortalama eğrilikli yüzeylere dönüşümleri incelenmiştir. Ayrıca, minimal yüzeylerin global Weierstrass gösterimleri geliştirilmiş ve bu yüzeylerin geometrik ve topolojik özelliklerini anlamaya yönelik güçlü bir yöntem ortaya konmuştur (Karcher, 1989).



Şekil 3.8. Schoen'in I-Wp yüzeyi (Karcher, 1989)

Karcher ve Konrad Polthier, çalışmalarında TPMS yapıların matematiksel özelliklerini ve inşa yöntemlerini detaylandırmıştır. Bu çalışma, eşlenik yüzey yöntemi ve ayrık minimal yüzey yaklaşımlarını kullanarak hem yeni yüzeylerin keşfine hem de mevcut yüzeylerin analitik ve sayısal olarak incelenmesine olanak sağlamıştır (Karcher & Polthier, 1996).

Ashby, çalışmasında kafes yapıların hasar ve kırılma mekanizmalarını açıklamıştır. Elastik davranış gösteren bölgelerdeki şekil değiştirme mekanizmalarını Maxwell kararlılık kriterleri açısından incelemiş ve mekanik davranışların termal ve elektriksel özellikler üzerindeki etkilerini değerlendirmiştir. Çalışma, bükülme baskın ve gerilme baskın deformasyon mekanizmalarını analiz etmiş ve bu mekanizmaların Maxwell kararlılık kriterleriyle ilişkisini açıklamıştır. Ayrıca, hücresel malzemelerde yoğunluk ve topolojinin malzeme özellikleri üzerindeki etkisi detaylı şekilde ele alınmıştır. Mekanik davranışların, kırılma, elastik deformasyon ve enerji sönümleme kapasiteleri üzerindeki etkileri vurgulanmıştır (Ashby, 2006).

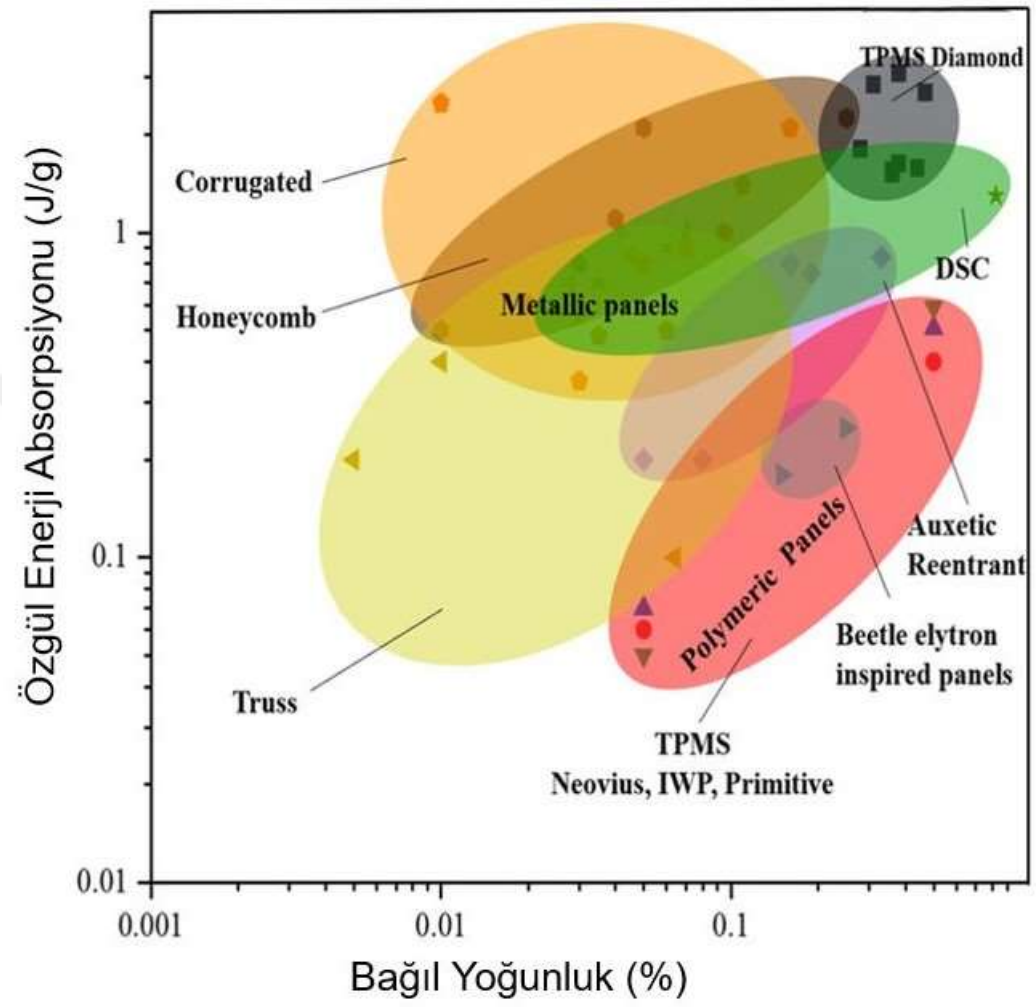
Al-Ketan ve arkadaşları, TPMS tabaka temelli mikro kafes yapıları 3D doğrudan lazer yazma (DLW) tekniği kullanarak üretmişler ve bu yapılara tek eksenli basma testi uygulamışlardır. Ayrıca TPMS yapıların CAD modellerini oluşturmuşlar ve Abaqus yazılımı kullanarak sonlu elemanlar analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Analiz sonuçlarını deney verileri ile karşılaştırarak yapıların mekanik özelliklerini değerlendirmişlerdir. TPMS tabanlı levha mikro kafes yapılar üzerinde çalışmış ve Diamond ile Gyroid topolojileri için bu yapıların, çubuk tabanlı mikro kafeslere ve Octet-truss yapılara kıyasla üstün mekanik performans sergilediğini göstermiştir. Özellikle Young modülü, akma gerilmesi ve plato gerilmesi gibi mekanik özellikler incelenmiş, levha tabanlı yapılar, gerilme baskın deformasyon modu sayesinde yüksek dayanım ve hafiflik kombinasyonu sunmuştur. Ayrıca bu yapılar, metal ve seramik kaplı polimer kompozitlere kıyasla daha iyi mekanik özellikler göstermiş ve hücre morfolojisinin kontrolü yoluyla gerilme baskın deformasyon modunun teşvik edilmesine yönelik umut verici bir potansiyel ortaya koymuştur (Al-Ketan vd., 2018).

Surjadi ve arkadaşları, çalışmalarında TPMS yapıların metamalzeme özelliklerini açıklamışlardır. Hiyerarşik mimari kavramı ile malzeme boyut etkilerinin bir araya getirilmesi, metamalzemelerin üstün mekanik performans sergilemesini sağlamaktadır. Özellikle negatif Poisson oranı, negatif sıkıştırılabilirlik, negatif termal genleşme ve kaybolan kayma modülü gibi özellikler ön plana çıkmaktadır. Bu özellikler, enerji depolama, biyomedikal uygulamalar, akustik, fotonik ve termal yönetim gibi geniş bir kullanım alanına olanak tanımaktadır. Ayrıca çalışmada, yapısal hiyerarşinin öksetik malzeme tasarımında sağladığı esneklik ve malzeme davranışlarının dış uyaranlarla kontrol edilmesine yönelik origami ve kirigami gibi tasarım prensiplerine de yer verilmiştir. Bu tür yapıların üretiminde eklemeli imalat yöntemlerinden yararlanılmıştır (Surjadi vd., 2019).

Evans ve arkadaşları, çalışmalarında düzenli ve düzensiz kafes yapılara sahip sistemlerin mekanik ve termal özelliklerini kıyaslamışlardır. Düzenli kafes yapılarının enerji absorpsiyonu ve termomekanik performansının, düzensiz yapılara göre daha iyi olduğunu kanıtlamışlardır (Evans vd., 2001).

Yeo ve arkadaşları, bu çalışmada mikro kafes yapısına sahip malzemelerin mekanik özelliklerini incelemişlerdir. Bu sayede, Ashby diyagramlarında daha önce

ulaşılamayan düşük yoğunluk-yüksek mukavemet bölgeleri, çalışmada geliştirilen malzemelerle doldurulmuştur (Yeo vd., 2019).



Şekil 3.9. Ashby diyagramı (Yeo vd., 2019)

Meza ve arkadaşları, çubuk yapılı kafes elemanları arasındaki bağlantı noktalarında meydana gelen keskin geçişler ve olası kusurların, yükleme altında büyük gerilme yoğunluklarına neden olabileceğini belirtmişlerdir(Meza vd., 2014).

Gupta ve Babu L, çalışmalarında TPMS yapıların önümüzdeki yıllardaki uygulama alanlarını ve bunların ekonomik etkilerini incelemişlerdir (Gupta & Babu L, 2023).

Lan ve arkadaşları, çalışmalarında fonksiyonel derecelendirilmiş TPMS yapıların sonlu eleman yöntemi ile analizini gerçekleştirmişlerdir. Analizi, bir uygulama alanı olarak kemik yapısı üzerinde uygulamışlar ve bu yapıların mekanik özellikler üzerindeki etkisini incelemişlerdir (Lan vd., 2023a).

Solar ve arkadaşları tarafından yüzey tabakaları izotropik malzemeden ve çekirdek kısmı TPMS tabanlı fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli yapıdan oluşan sandviç kirişlerin statik davranışı incelenmiştir. Hamilton prensibi kullanılarak denklemler türetilmiş, Navier yöntemi ile kapalı formda çözümler elde edilmiş ve farklı tabaka dizilimleri ile gözeneklilik oranlarının yer değiştirme üzerindeki etkileri analiz edilmiştir. Sonuçlar, tabaka dizilimi ve yoğunluk dağılımının kiriş rijitliği üzerinde belirleyici olduğunu göstermiştir (Solar vd., 2025).

Demirhan tarafından yapılan çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş TPMS yüzeyli sandviç plakların eğilme analizi yapılmıştır. Çalışmada bağıl yoğunluğun etkisiyle mekanik özelliklerin değişimi, kenar uzunluğu/kalınlık oranı değişimi, birim hücre morfolojisi ve sandviç yüzey tabakası kalınlığının maksimum çökme üzerindeki etkileri farklı sınır koşulları için incelenmiştir. Çalışmada en yüksek çökme değerinin Gyroid yapıda ortaya çıktığı, IWP ve Primitive yapıların onu takip ettiği sonucuna ulaşılmıştır (Demirhan, 2025).

BÖLÜM 4

TPMS MATEMATİĞİ VE TASARIMI

4.1. TPMS Yapıların Matematiği ve Tasarımı

Minimal bir yüzey, her noktasında ortalama eğriliği sıfır olan bir yüzeydir ($H = 0$), burada $H = (k_1 + k_2)/2$ ve k_1 ile k_2 birbirine dik iki düzlemdeki temel eğriliklerdir (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019).

Minimal yüzeylerde ortalama eğrilik sıfırdır, çünkü bu yüzeylerin her noktasında birbirine zıt yönlerdeki iki ana eğrilik (k_1 ve k_2) birbirini dengeler. Ana eğrilikler, yüzeyin belirli bir noktada ne kadar dışbükey (pozitif) veya içbükey (negatif) olduğunu ifade eder; minimal yüzeylerde bu eğrilikler eşit büyüklükte ancak zıt işaretlidir ($k_1 = -k_2$), bu da ortalamalarının ($H = k_1 + k_2$) sıfır olmasını sağlar. Bu denge, yüzeyin "minimum enerjili" veya "en küçük alanlı" konfigürasyonda olmasından kaynaklanır ve doğada sabun köpükleri gibi yapıların kararlı şekillerini açıklar (Meza vd., 2014)(Schoen, 1970).

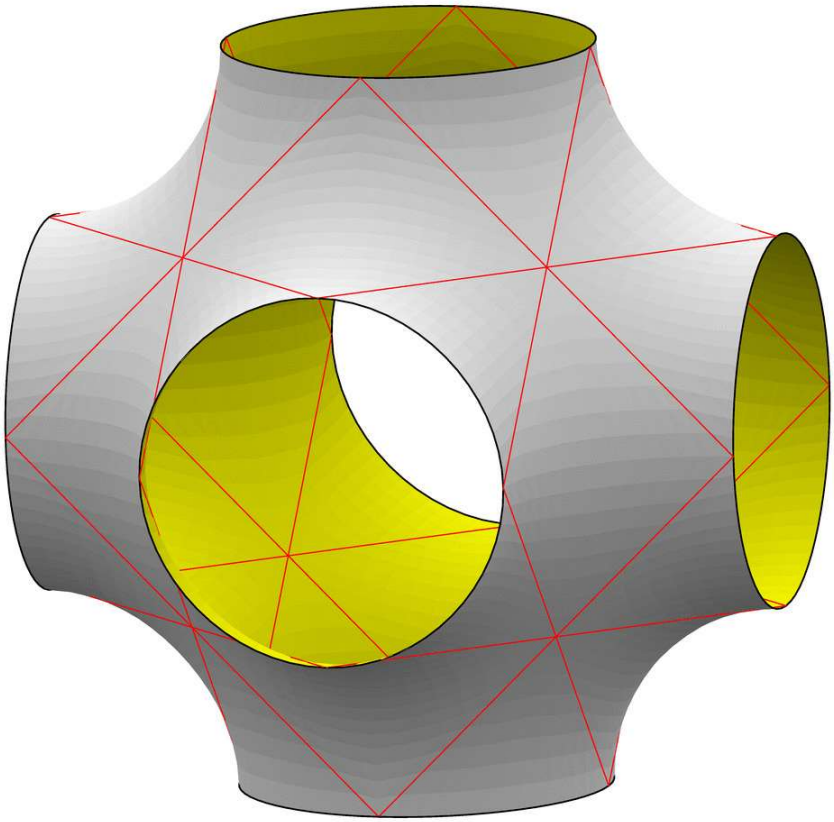
Üç bağımsız yönde sonsuz ve periyodik olan minimal yüzeyler, üçlü periyodik minimal yüzeyler (TPMS) olarak adlandırılır. TPMS yapıları, belirli bir simetri düzenine sahip alanları kapsayan temel birimlerden (motiflerden) oluşur.

TPMS yapılar, birim hücrelerin hacimlerinin eşit olup olmamasına göre de adlandırılmaktadır. Birim hücre hacimlerinin birbirinin yerine değiştirilebildiği yapılar dengeli, değiştirilemediği yapılar ise dengesiz olarak adlandırılmaktadır.

Dengeli yüzeylere örnek olarak, hacmi birbirine eşit veya değiştirilebilir bölgelere ayıran Gyroid ve Primitive yüzeyleri verilebilir. Bu bölgeler, Gyroid yüzeyinde birbirinin ayna görüntüsü olabilirken, Primitive yüzeyinde olmayabilir. Dengesiz yüzeyler ise,

örneğin I-WP yüzeyi, uzayı eşit olmayan morfolojilere sahip labirent benzeri yapılara ayırır (Al-Ketan vd., 2018).

Minimal bir yüzeyi tanımlayan düğüm koordinatlarını açıklamak için birkaç farklı yöntem bulunmaktadır. Literatür özetinde de bahsetmiş olduğumuz Enneper–Weierstrass temsili, bir TPMS'nin düğüm koordinatlarını, Weierstrass fonksiyonunun integrallerinin değerlendirilmesiyle belirlemek için kullanılabilir. Brakke, sonlu elemanlar yöntemi kullanarak minimal yüzeylerin sayısal olarak oluşturulmasını sağlayan "Surface Evolver" adlı bir bilgisayar programı geliştirmiştir(K. A. Brakke, 1992).



Şekil 4.1. Surface Evolver programında oluşturulmuş Primitive yapı örneği(K. Brakke, 2013b)

Surface Evolver'da temel birim, Coxeter'in yansıma ve simetri operasyonlarıyla tekrar eden hücrelerinden biriyle sınırlı minimum alan olarak tanımlanır. Karmaşık yüzeyler, daha basit üçgensel ve dörtgensel alanlardan oluşan kaleidoskopik hücreler aracılığıyla ifade edilmiştir (K. A. Brakke, 1992)(Coxeter, 1934).

Minimal yüzey benzeri topolojiler üretmek için en basit ve en yaygın kullanılan yöntem, Fourier serisi terimleriyle tanımlanan bir toplamdan türetilmiş seviye set yaklaşımı denklemlerini kullanmaktır.

Gandy ve Klinowski, Jacobi theta fonksiyonlarını içeren karmaşık denklemleri çözmek yerine Fourier genişlemelerini kullanarak minimal yüzeylerin basit ifadelerini elde etmişlerdir. Bu yöntemle yüzeylerin ortalama ve Gauss eğrilikleri bilgisayar yardımıyla saniyeler içinde hesaplanmış ve görselleştirilmiştir (Gandy & Klinowski, 2002).

$$\psi(r) = \sum_{k} F(k) \cos[2\pi k * r - \alpha(k)] = 0 \tag{4.1}$$

Burada, k karşılıklı vektörlerdir, $\alpha(k)$ bir faz kaymasıdır ve $F(k)$, belirli bir $k-$ vektörüne bağlı bir genlik olan yapı faktörüdür. Seriyi önde gelen terime kadar kısaltmak, trigonometrik fonksiyonların bir kombinasyonundan oluşan ve $\phi(x, y, z) = c$ eşitliğini sağlayan bir ϕ fonksiyonuna yol açar (Gandy & Klinowski, 2000).

Fonksiyon $\phi(x, y, z) = c$, izodeğerde (yani, seviye seti sabiti) c değerlendirilmiş bir yüzeyi tanımlar ve minimal bir yüzeye benzer bir topolojiye sahiptir. Farklı TPMS'ler için birçok seviye seti yaklaşımı denklemi aşağıda listelenmiştir. Yüzden fazla TPMS bilinmektedir ve birçoğu aşağıdaki kaynaklarda bulunabilir (Lord & Mackay, 2003).

Schwarz Primitive:

$$\phi_p \equiv \cos x + \cos y + \cos z = c \tag{4.2}$$

Schoen -Gyroid:

$$\phi_G \equiv \sin x \cos y + \sin y \cos z + \sin z \cos x = c \tag{4.3}$$

Schawarz- Diamond:

$$\phi_D \equiv \cos x \cos y \cos x - \sin x \sin y \sin x = c \tag{4.4}$$

Schoen- I-WP:

$$\phi_{IWP} \equiv 2(\cos x \cos y + \cos y \cos z + \cos z \cos x) - (\cos 2x + \cos 2y + \cos 2z) = c \tag{4.5}$$

Schoen-FRD:

$$\phi_{FRD} \equiv 4(\cos x \cos y \cos z) - (\cos 2x \cos 2y + \cos 2y \cos 2z + \cos 2z \cos 2x) = c \quad (4.6)$$

Fischer-Koch S:

$$\phi_s \equiv \cos 2x \sin y \cos z + \cos x \cos 2y \sin z + \sin x \cos y \cos 2z = c \quad (4.7)$$

Burada $x = \frac{2\pi X}{L_x}$, $y = \frac{2\pi Y}{L_y}$, $z = \frac{2\pi Z}{L_z}$, ve L_x, L_y, L_z, sırasıyla $X, Yve\ Z$ yönlerindeki birim hücre boyutlarını ifade etmektedir.

Seviye set yüzeyi, seviye set sabiti c ile tanımlanır ve TPMS benzeri yüzeyler için bu sabitin değeri sıfırdır. Bu durumda ortaya çıkan minimal yüzeyler, uzayı eşit hacimli alt bölgeler şeklinde böler. Seviye set sabiti c'nin artırılması ya da azaltılması, yüzeyin sıfır değerinden normal ya da zıt yönde kaymasına neden olur. Bu nedenle, alt bölgelerin hacimleri de c değerine bağlı olarak değişir.

İki veya daha fazla seviye set sabiti değerine karşılık gelen iki veya daha fazla farklı yüzey birlikte çizilebilir. Bu yüzeyler birbirleriyle kesişmez. Aslında, büyüklüğü aynı ancak işareti farklı olan iki seviye set sabitine karşılık gelen iki yüzey birlikte çizildiğinde, bu yüzeyler aynı kaymaya sahip olacak ancak iki seviye set değerinin ortalamasında (($c = 0$) değerlendirilen varsayımsal bir yüzeyden ters yönlerde olacaktır. Örneğin, $c = -0.4$ ve $c = +0.4$ için karşılık gelen iki yüzey birlikte çizildiğinde, bu yüzeyler benzer bir kaymaya sahip olacak ancak $c = 0$'da değerlendirilen varsayımsal bir yüzeyden ters yönlerde olacaktır (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019).

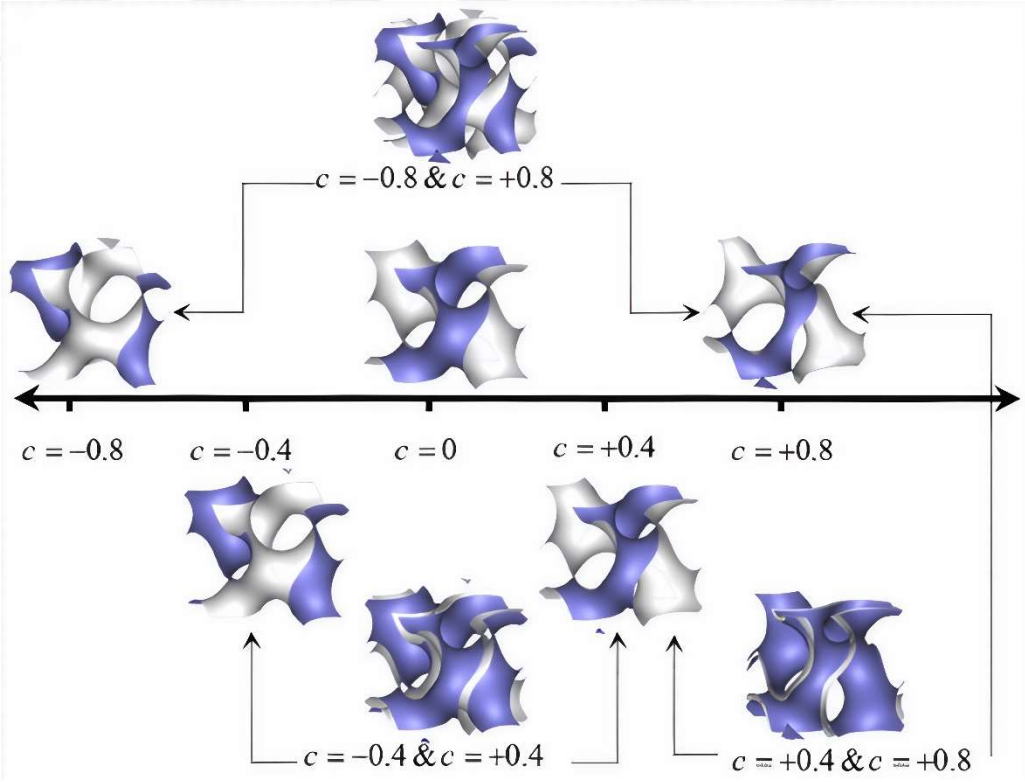
Kafeslerin en ilgi çekici geometrik özelliklerinden biri yüzey alanlarıdır. Özellikle bu kafesler, kimyasal reaksiyonları veya ısı ve kütle transferini içeren mühendislik uygulamalarında kullanıldığında daha da önem kazanır. Bu uygulamalarda, daha büyük yüzey alanı, daha fazla kimyasal aktivite ve daha yüksek ısı ve kütle transferi sağlar.

Şekil 4.1.'de farklı TPMS türlerinin, 1 mm^3 hacme sahip küp şeklinde sınırlanmış tek bir birim hücreye ait farklı seviye-set sabiti c değerlerindeki yüzey alanlarını çizilmiştir. Görülebileceği üzere, her TPMS yüzeyi, $c = 0$ değerindeyken maksimum yüzey alanına sahiptir ve sıfırdan uzaklaştıkça yüzey alanı azalır. TPMS'nin tek bir birim hücresi tarafından sağlanan maksimum yüzey alanının hacme oranı $\lambda_{birim\ hücre}$, (yani $c = 0$ değerinde elde edilen$S_{TPMS}/V_{birim\ hücre}$), birim hücre boyutu ile ters orantılıdır ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

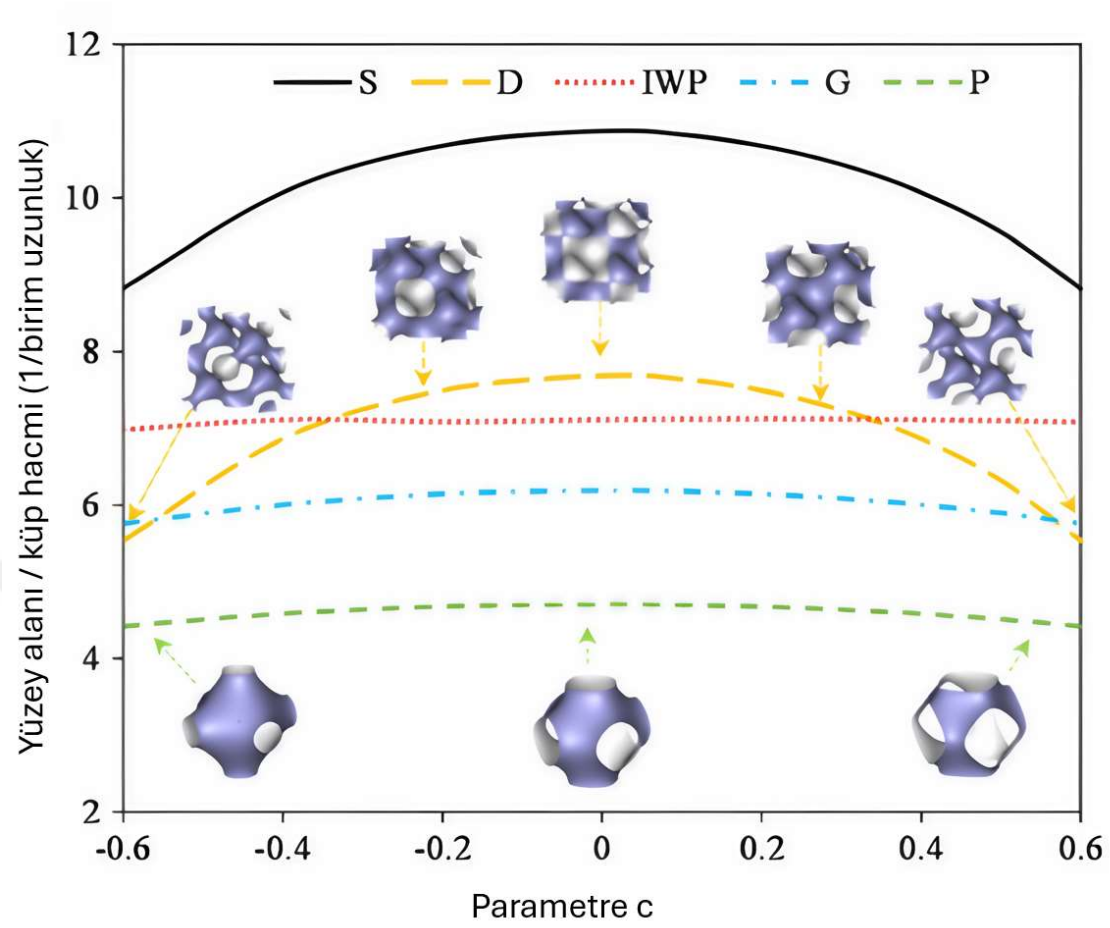
$$\lambda_{birim\ hücre} = \frac{S_{TPMS}}{V_{birim\ hücre}} = \frac{X}{L_{birim\ hücre}} \tag{4.8}$$

Burada X TPMS topolojisine bağlı normalize edilmiş yüzey alanı çarpanı sabitidir. Buna göre, $X_P = 4.7$, $X_G = 6.18$, $X_{I-WP} = 7.25$, $X_D = 7.6$ ve $X_S = 10.8$ olarak hesaplanmıştır. TPMS yapıları arasında Fischer-Koch S, en yüksek yüzey alanı/hacim oranına sahiptir. Burada, yüzey alanı hesaplanırken minimal yüzeyin hem ön hem de arka yüzeyi hesaba katılmaktadır. Örneğin, 1 mm hücre boyutuna sahip bir Primitive yüzeyinin $\lambda_{birim\ hücre} = 4.7/mm$'dir. Eğer TPMS, 1 μm hücre boyutuna küçültülürse, o zaman $\lambda_{birim\ hücre} = 4700/mm$ olacaktır (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019).

Burada dikkat edilmesi gereken nokta, sabit bir hacim için birim hücre boyutu küçüldükçe, bu hacmi doldurmak için gereken birim hücrelerin sayısı artacaktır ve buna bağlı olarak toplam yüzey alanı da artacaktır. Bu çalışmada Fischer-Koch S yüzeyleri FEM modellemesi için bilgisayar gücünün yetersiz olması nedeniyle dahil edilmemiştir.



Şekil 4.2. Seviye-set sabiti *c*'nin değiştirilmesinin TPMS yüzeyinin morfolojisi üzerindeki etkisi (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)



Şekil 4.3. Birim (1 mm³) kübik hacimle sınırlanmış farklı TPMS'lerin yüzey alanları (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)

4.2. Minimal Yüzeylerden Periyodik Hücresel Malzemelere (Kafes Yapıları)

Seviye-set yaklaşımı denklemleri, TPMS topolojilerini temsil eden yüzeylerin kolayca çizilmesini sağlar. Bu yüzeylere dayalı katı yapılar oluşturmak için iki temel strateji uygulanabilir.

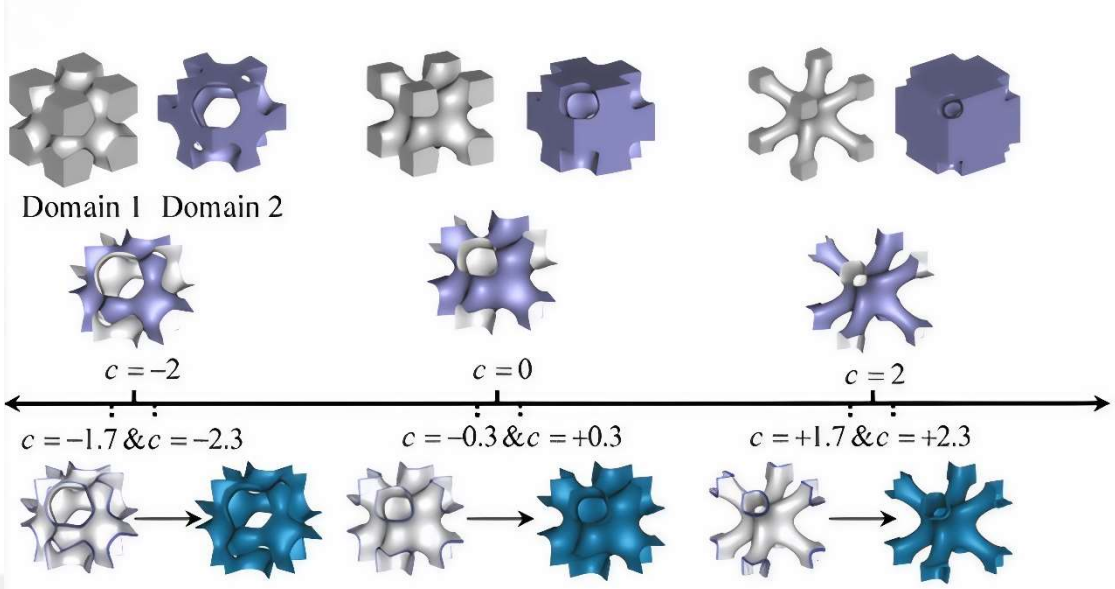
Birinci stratejide, minimal yüzey tarafından bölünen alt bölgelerden biri katı yapı olarak kabul edilirken, diğer alt bölge boşluk olarak değerlendirilir ve bu şekilde katı bir ağ kafes yapısı oluşturulabilir. Şekil 4.4'te, $c = -2$ değerinde değerlendirilmiş bir minimal yüzeyle ayrılmış iki alt bölge (Bölge 1 ve Bölge 2) gösterilmektedir. Bu alt bölgelerin her biri, birer kafes yapısı olarak düşünülebilir. Bu yapıların katı hacim oranı (ya da eşdeğer olarak bağıl yoğunluğu), katı bölgenin hacminin toplam hacme (yani her iki alt bölgenin toplam hacmine) oranlanmasıyla hesaplanır. Eğer 1. bölge katı bölge

olarak kabul edilirse, seviye-set sabiti c değerinin artırılması, katının bağıl yoğunluğunun azalmasına neden olur. Böylece, katı ağlardan oluşan bir TPMS kafes yapısının bağıl yoğunluğu, doğrudan seviye-set sabiti c değerine bağlı olarak belirlenebilir.

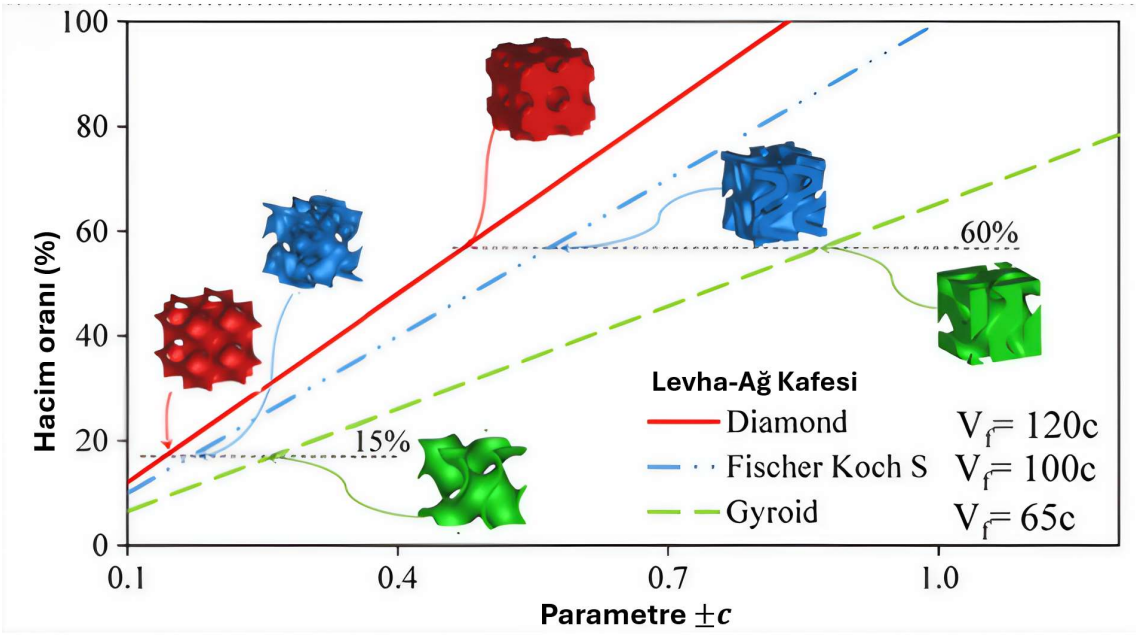
İkinci stratejide, farklı iki seviye-set sabiti c ile oluşturulan iki minimal yüzey arasında kalan hacmin katılaştırılmasıyla bir levha-ağ kafesi (sheet-network lattice) elde edilir. Büyüklükleri aynı fakat işaretleri zıt olan iki farklı seviye-set sabitine karşılık gelen yüzeyler birlikte çizildiğinde, bu yüzeyler aynı büyüklükte kaymaya sahip olur ancak sıfır seviyesindeki varsayımsal bir yüzeyden ters yönlerde yer alırlar. Şekil 4.4'te c$= -1.7$ ve $c = -2.3$ değerleriyle oluşturulan iki minimal yüzey arasında kalan iki alt bölge (Bölge 1 ve Bölge 2) gösterilmektedir. Bu iki yüzey arasındaki hacim katılaştırıldığında, ortaya çıkan yapı bir levha kafesi olur. Bu levha yapısının katı hacim oranı ya da bağıl yoğunluğu, iki yüzey arasındaki boşluğun kalınlığı ile doğrudan ilişkilidir (Al-Ketan vd., 2018).

Literatürde incelenen birçok levha-ağ kafesi, genellikle $c = 0$'da değerlendirilen varsayımsal bir seviye set yüzeyi kullanılarak oluşturulur ve bağıl yoğunluk, ofset miktarı değiştirilerek kontrol edilir. Şekil 4.5'te $\pm c$ değerlerinin değiştirilmesiyle kafeslerin hacim oranlarının (bağıl yoğunluklarının) nasıl değiştiği gösterilmektedir. Ayrıca, Şekil 4.5'te katı ağ TPMS kafeslerinin hacim oranının seviye set sabiti c değerine bağlılığını ortaya koymaktadır.

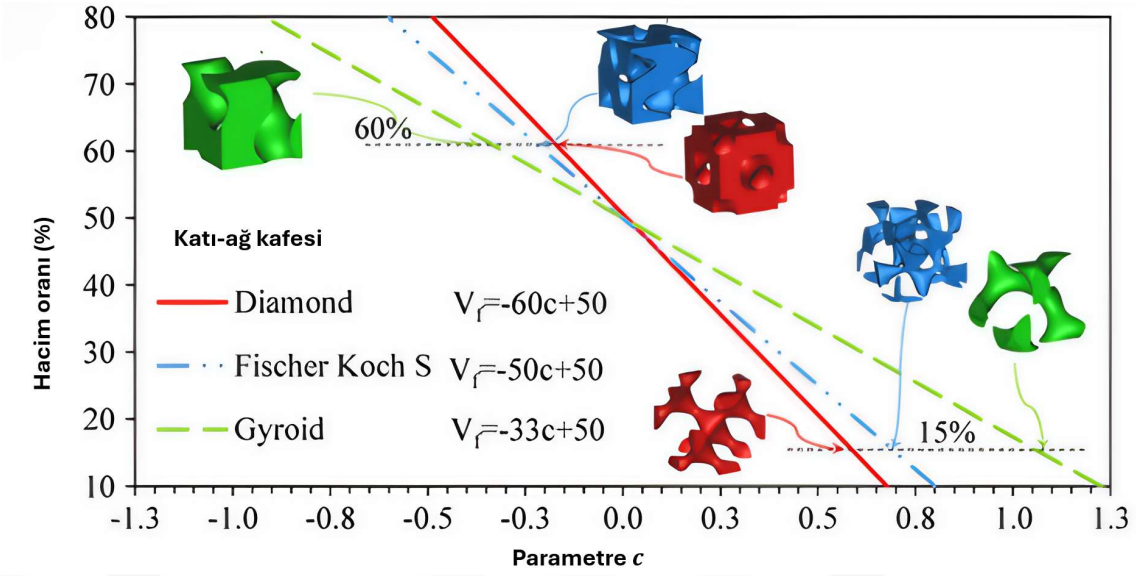
Katı ağ (solid-networks) TPMS'lerde, hacim oranı (bağıl yoğunluk) belirli bir seviyenin altına düştüğünde, kafesin bağlantısallığını kaybettiğine dikkat edilmelidir. Şekil 4.5'te görüldüğü gibi, Diamond kafesinde bağıl yoğunluk yaklaşık %8'in altına düştüğünde yapı bağlantılarını kaybeder. Ancak levha tipi kafeslerde (sheet-networks), yapı kalınlığı nedeniyle böyle bir kısıtlama bulunmaz ve bağlantısallık korunur (Al-Ketan vd., 2018)(Kapfer vd., 2011).



Şekil 4.4. Katı-ağ (solid-networks) ve levha-ağ (sheet-networks) kafes yapılarını oluşturma stratejileri (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)



Şekil 4.5. Levha-ağ kafeslerinin hacim oranının c değerine bağlı olarak değişimi (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)



Şekil 4.6. Katı-ağ kafeslerinin hacim oranının c değerine bağlı olarak değişimi (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)

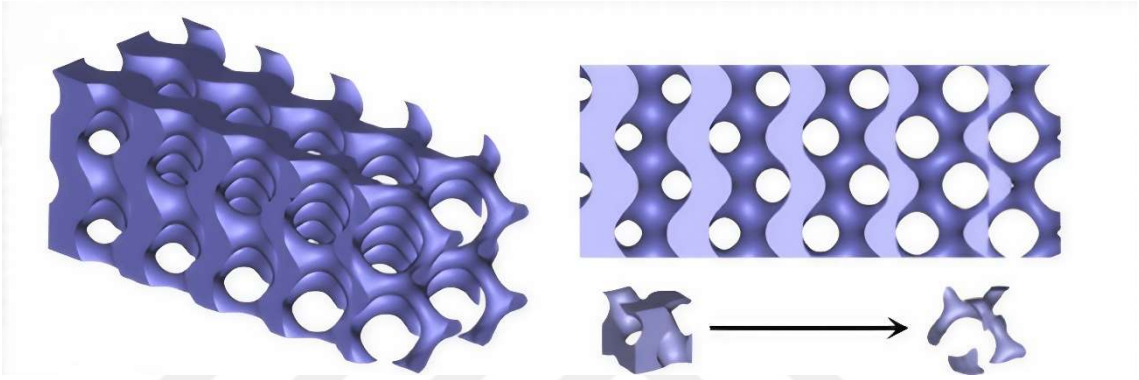
4.3. TPMS Tasarımlarının Fonksiyonel Derecelendirilmesi

Literatürde detaylıca ele alınan metamalzemeler, bir malzemenin özeliğinin kontrol edilebilmesi prensibine dayanmaktadır. Bazı uygulamalar, malzemenin hacim oranı, yüzey alanı veya gözenek boyutunun, hedeflenen fonksiyona göre değiştirilmesini gerektirebilir. TPMS yapılar metamalzemelerdir ve fonksiyonel olarak da tasarlanabilir. Bağıl yoğunluk, Kartezyen uzayındaki seviye-set sabitinin değerinin mekânsal olarak değiştirilmesi yoluyla fonksiyonel olarak derecelendirilebilir.

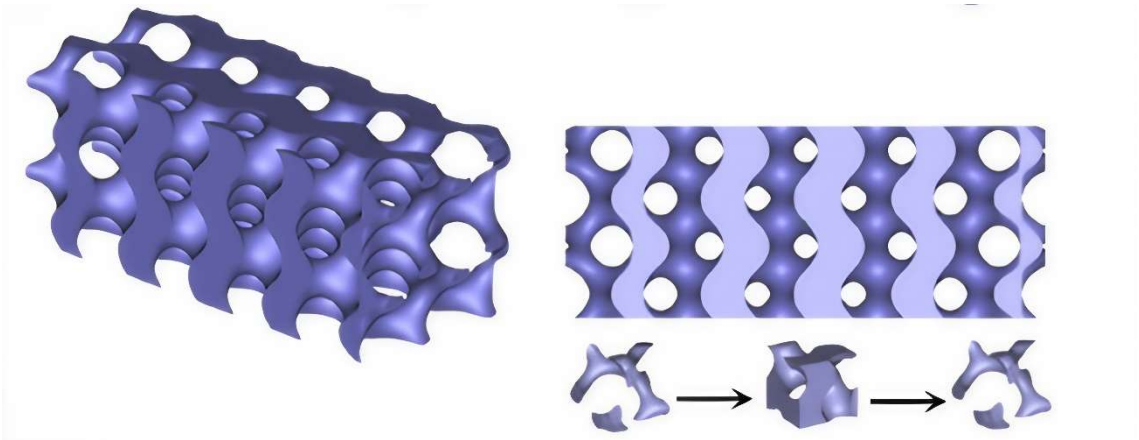
$$\phi_{TPMS} = c(x, y, z) \tag{4.9}$$

Burada sabit c'nin değeri, belirli bir fonksiyona veya tablo verisine bağlı olarak mekânsal olarak değişir. Katı ağlı (solid-networks) bir Gyroid kafes, belirli bir yönde hacim oranını doğrusal olarak %50'den %10'a düşürecek şekilde derecelendirilirse, c'nin değeri bu yönde doğrusal olarak 0'dan 1.22'ye kadar değişir. Şekil 4.6'da bir Gyroid kafes doğrusal olarak derecelendirilmiştir. Ayrıca Şekil 4.7'de, x ekseni boyunca ikinci dereceden bir polinom fonksiyon kullanılarak hacim oranı %10'dan %50'ye, sonra tekrar %10'a değişen, 5 birim hücre uzunluğunda derecelendirilmiş Gyroid kafesi sunulmuştur. Buna ek olarak, levha tipi (sheet-networks) kafeslerin derecelendirilmesi, levha kalınlığının ayarlanmasıyla sağlanabilir. Bunun bir örneği Şekil 4.8'de sunulmuştur(Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019).

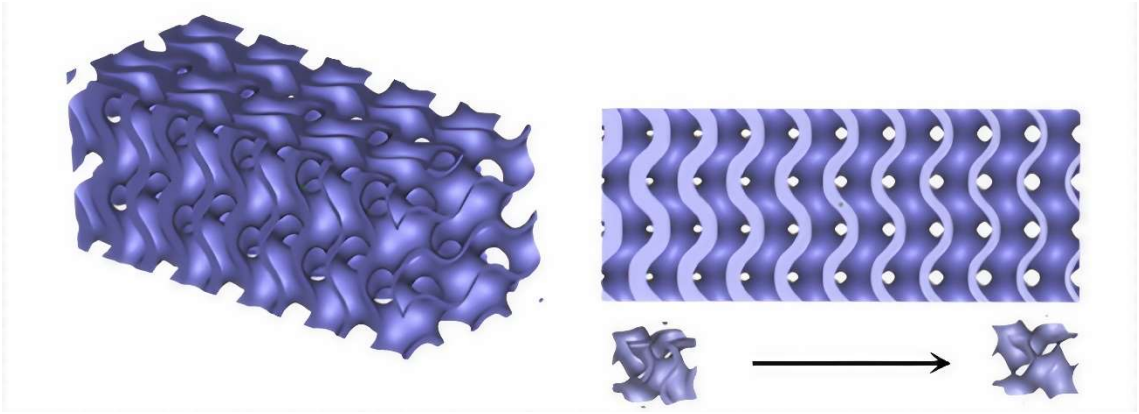
Katı hacim oranının (veya bağıl yoğunluğun) fonksiyonel derecelendirilmesi, yüzey alanının ve gözenek boyutunun değiştirilmesine olanak tanır. Ancak bu durumda mekanik özellikler de değişecektir. Yüzey alanı ve gözenek boyutunu, mekanik özellikleri değiştirmeden kontrol etmek için birim hücre boyutunun derecelendirilmesi (unit cell grading) uygulanabilir. Bir başka ifadeyle, katı hacim oranını sabit tutarak, birim hücre boyutu mekânsal olarak değiştirilebilir. Bu durum, seviye-set denklemlerinde x, y ve z yönleri boyunca hücre boyutunun $l(x, y, z)$ mekânsal olarak değiştirilmesiyle sağlanabilir (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)(Lan vd., 2023b)(Liu vd., 2018).



Şekil 4.7. Katı-ağların hacim oranının %50'den %10'a lineer olarak derecelendirilmesi (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)



Şekil 4.8. Katı-ağ yapılarının hacim oranının %10'dan %50'ye ve sonra tekrar %10'a ikinci dereceden (kuadratik) derecelendirilmesi (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)



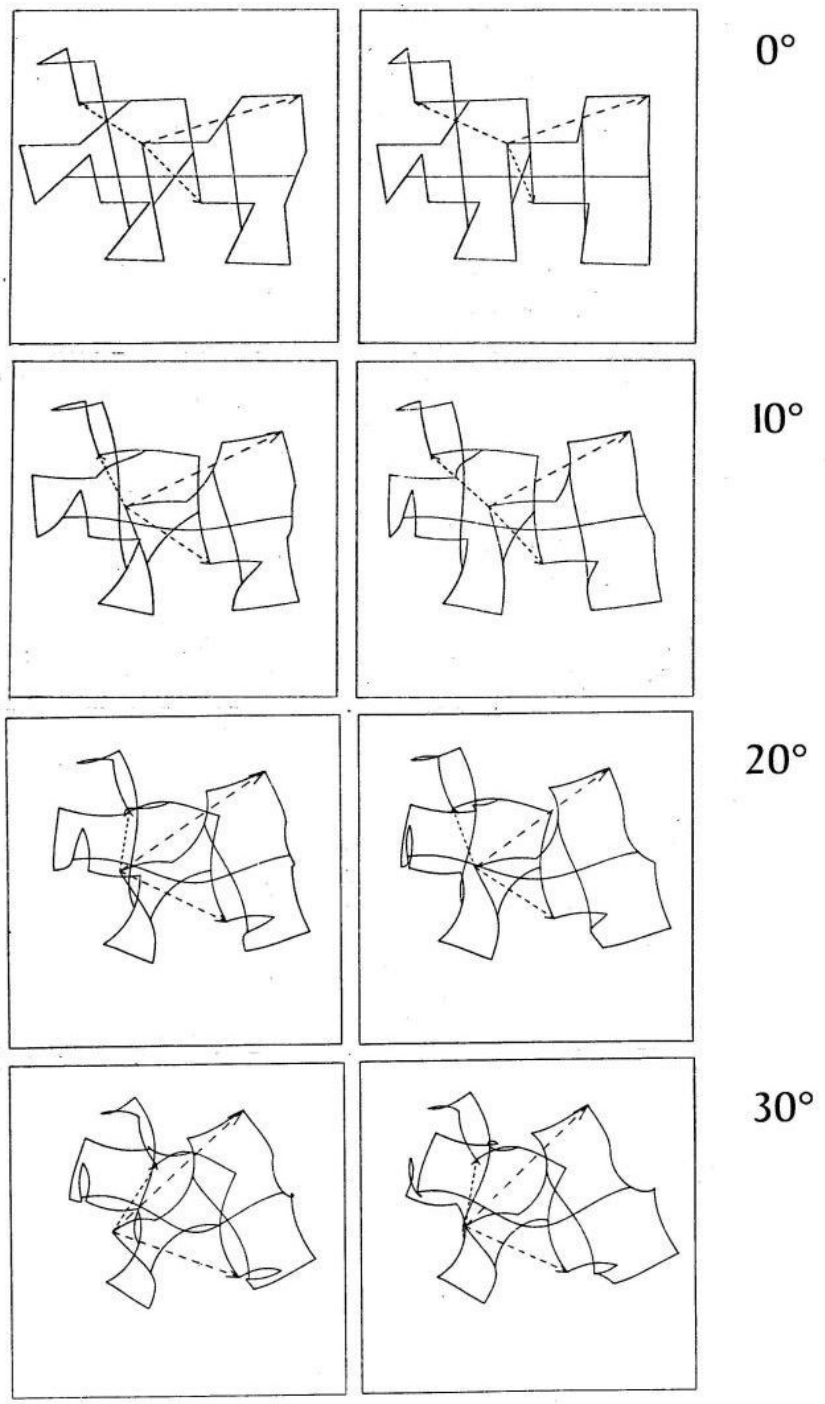
Şekil 4.9. Levha tipi ağların (sheet-networks) hacim oranının lineer olarak %30'dan %10'a derecelendirilmesi (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2019)

BÖLÜM 5

TPMS OLUŞTURMA PROGRAMLARI VE SIMCENTER 3D

TPMS yapıları fonksiyonel olarak oluşturulabilmektedir. Bu yapıların üretilebilmesi için, Fourier serisi temsiline dayalı bir seviye set fonksiyonunun tanımlanması gerekmektedir. Ancak bu fonksiyonu manuel olarak tanımlamak, oldukça uzun süren, hata yapmaya açık ve karmaşık bir süreçtir.

1970'li yıllarda bilgisayarın giderek yaygınlaşması ve hızlı işlem gücüyle birlikte TPMS yapılar bilgisayar ortamında oluşturulmaya başlanmıştır. İlk oluşturulan yapılarda bir program yazmak yerine FORTRAN dilinde doğrudan fonksiyonun grafiği bilgisayarda oluşturularak çıktı kağıtlarına basılmıştır. TPMS çalışmalarının öncüsü olan Alan Schoen, 1970 yılında yayımladığı makalesinde TPMS yüzeylerini oluşturmak için Digital Equipment Corporation firmasının PDP-11 serisi bilgisayarı kullanılmıştır. Bu literatürdeki TPMS yapı oluşturmak için ilk defa bilgisayar kullanılan çalışmadır (Schoen, t.y.-a).



Şekil 5.1. TPMS yapıların erken dönem örnekleri (Schoen, t.y.-b)

Bu öncü çalışmanın ardından, bilgisayarların gelişmesiyle birlikte TPMS yapıları oluşturmak için özelleşmiş programlar kullanılmaya başlanmıştır. TPMS yapıları üretmek için ilk kullanılan yazılım Surface Evolver olmuştur. Teknolojinin ilerlemesiyle birlikte devrim niteliğindeki çalışmalar ardı ardına gelmiştir. Minisurf yazılımı, doğrudan CAD verisi oluşturan ilk program olmuştur. Bu programın devrimsel yetenekleri zamanla

geliştirilmiştir. MS Lattice ve LattGen programları ise, hazır kütüphaneleriyle kullanıcılara sunulmuştur.

5.1. The Surface Evolver

Surface Evolver minimal yüzeylerin elde edilebilmesi için geliştirilen ilk programdır. Minnesota Üniversitesi bünyesindeki The Geometry Center'da geliştirilmiştir. Bu merkez, resmi adıyla "Geometrik Yapıların Hesaplanması ve Görselleştirilmesi için Ulusal Bilim ve Teknoloji Araştırma Merkezi" olarak anılmakta olup daha önce "Geometri Süper Bilgisayar Projesi" adıyla bilinmekteydi. Program, C programlama dili kullanılarak yazılmıştır.

Surface Evolver programının geliştirilmesine temel oluşturan yaklaşım, Brakke'in 1977 yılında varifoldlar ve geometrik ölçüm teorisi kapsamında yüzey gerilimi enerjisini incelediği çalışmasına dayanmaktadır (K. A. Brakke, 1992).

Surface Evolver, belirli geometrik kısıtlamalar altında bir yüzeyin enerjisini minimize etmeye yönelik geliştirilmiş bir bilgisayar programıdır. Yüzeyler, üçgensel ağlar (simplicial complexes) kullanılarak modellenir. Program, yüzey gerilimi, yerçekimi kuvveti ve benzeri fiziksel etkilerden kaynaklanan enerji türlerini hesaba katar. Uygulanan kısıtlamalar, köşe noktalarının konumlarına ilişkin geometrik sınırlamalar ya da hacim gibi yüzey üzerinde tanımlı bütünleşik (integral) büyüklüklere yönelik olabilir. Enerji minimizasyonu işlemi, yüzeyin enerji gradyanına göre adım adım evrilmesiyle gerçekleştirilir (K. Brakke, 2013a).

Varyasyonlar hesabının temel problemlerinden biri, belirli kısıtlar altında enerjiyi minimize eden bir yüzey bulmaktır. Bir tel çerçeve üzerindeki sabun filmi, sınırlarının çerçeve üzerinde kalması koşuluyla alanını minimize eder. Sabun baloncuklarının bir kümesi, her bir baloncuğun kapladığı hacmin sabit kalması koşuluyla toplam sabun filmi alanını minimize eder.

Surface Evolver, yüzey gerilimi ve diğer enerji türlerinin etkisiyle şekillenen yüzeylerin analizine yönelik etkileşimli bir bilgisayar programıdır. Kullanıcı, başlangıç yüzeyini, bu yüzeyin evrim sürecinde uyması gereken kısıtları ve yüzeye bağlı bir enerji fonksiyonunu tanımlar.

Program, verilen kısıtlar doğrultusunda yüzeyi adım adım değiştirerek toplam enerjiyi minimize eder. Kullanıcı, bu evrim sürecine müdahale edebilir, yüzeyin özelliklerini güncelleyebilir veya evrimin istikrarlı ilerlemesini sağlamak amacıyla belirli işlemleri manuel olarak uygulayabilir. Surface Evolver, kullanıcıya yüzeyin evrimini görsel olarak izleme imkânı sunan bir grafik arayüz de sağlar.

Surface Evolver programı ücretsiz olarak kullanılabilmekte ve çok sayıda araştırmacı tarafından tercih edilmektedir. Programın bugüne kadar çeşitli bilimsel alanlarda kullanıldığı uygulamalardan bazıları şunlardır: Düşük yerçekiminde roket yakıt tanklarında yakıtın şeklini modelleme (Tegart, 1991), Opaque Cube Problem kapsamında yüzey alanlarının hesaplanması (Brakke, 1991b), kapiler yüzeylerin küp geometrisinde (Mittelmann) ve daha karmaşık kaplarda (Callahan ve ark., 1991) modellenmesi, tane büyümesinin simülasyonu, eklemelerle sabitlenmiş tane sınırlarının analizi ve mikro devrelerde erimiş lehimin şeklini belirleme çalışmaları (Racz ve ark.)(K. A. Brakke, 1992).

Surface Evolver programının gücü, belirli bir problemi en iyi şekilde çözmesinden ziyade, ele aldığı problem çeşitliliğinin genişliğinde yatmaktadır. Program sürekli olarak geliştirilmiştir. Son sürümü 2.70 olup 2013 tarihinde yayınlanmıştır (K. A. Brakke, 1992)(K. Brakke, 2013a)(Ivana vd., 2016).

5.2. MiniSurf

MiniSurf, 2020 yılında Hsieh ve Valdevit tarafından geliştirilmiş TPMS yapılar için CAD dosyaları üreten bir programdır. Yazılım, TPMS geometrilerini hem sonlu elemanlar analizi (FEM) hem de eklemeli imalat uygulamaları için kullanılabilir biçimde dışa aktarır. Matlab ortamında çalışan MiniSurf, sade bir grafik arayüz ile yüzey seçimi, görselleştirme ve CAD dosyası üretimini tek bir platformda birleştirir.

Matlab tabanlı TPMS yapı oluşturmak için tasarlanmış ilk yazılımdır. Matlab Runtime ile Matlab kurulumu yapılmadan ücretsiz olarak erişim sağlanabilmektedir. Bugüne kadar v1.0 ve v2.0 olmak üzere iki sürümü yayınlanmıştır (Hsieh & Valdevit, 2020a).

Yüzey tanımlamaları, seviye set denklemleri ile yapılır, MiniSurf mevcut kütüphanesinde, 19 farklı yerleşik TPMS tipi bulundurmaktadır. Kullanıcı, bu

yüzeylerden birini seçebileceği gibi kendi tanımladığı bir seviye kümesi denklemini de sisteme girerek yeni bir yüzey oluşturabilir. Yazılım, bu yüzeyleri üçgensel yüzeylerden oluşan bir ağ yapısına dönüştürerek $.stl$ veya $.inp$ formatlarında dışa aktarılabilir hale getirebilir (Hsieh & Valdevit, 2020a).

MiniSurf'ün v1.0 sürümünde geliştiriciler oluşturulan ağların çoğu zaman ideal olmayan eleman oranlarına sahip olduğunu tespit etmişlerdir. Karmaşık eğriliklere sahip TPMS yapıları, genellikle uzun ve ince üçgenler oluşturarak analiz hassasiyetini ve üretim doğruluğunu olumsuz etkileyebilmektedir. Bu durumu iyileştirmek amacıyla geliştiriciler MiniSurf v2.0 sürümünde, Laplace temelli bir ağ yumuşatma (mesh smoothing) algoritması sisteme entegre edilmiştir. Bu algoritma, ağ üzerindeki iç düğümleri baz alarak komşu noktaların koordinat ortalamalarını alır ve böylece daha dengeli, düzgün ve çözüm açısından daha verimli yüzeyler oluşturur. Buna ek olarak, kullanıcı arayüzüne eklenen yeni "Export CAD" butonu sayesinde CAD dosyası üretimi ile görselleştirme süreçleri ayrıştırılmış ve yazılım daha kullanıcı dostu bir yapıya kavuşturulmuştur (Hsieh & Valdevit, 2020a)(Hsieh & Valdevit, 2020b).

MiniSurf ile geliştirilen TPMS geometrileri, günümüzde çeşitli mühendislik araştırmalarında aktif olarak kullanılmaktadır. Minimal yüzeylere dayalı yapılar ile klasik kafes sistemleri karşılaştırılarak üç boyutlu hücresel malzemelerin kırılma tokluğu, sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile analiz edilmektedir. Yüksek kaliteli ağlara sahip CAD geometrilerinin kullanımı hem analiz doğruluğunu artırmakta hem de prototip üretim süreçlerini iyileştirmektedir (Hsieh & Valdevit, 2020b).

Sonuç olarak MiniSurf, TPMS tabanlı yapılarla çalışan araştırmacılar için hem tasarım hem de analiz aşamalarında pratik bir araç sunmaktadır. Ancak oluşturulan tasarımlar kalınlık bilgisi içermemektedir. Bu sebeple bu çalışmada kullanılmamıştır.

5.3. MS Lattice

MSLattice, Alketan ve Abu Al-Rub tarafından 2020 yılında TPMS yapılar temelinde üç boyutlu yazdırılabilir kafes yapılar oluşturmak amacıyla geliştirilmiş, Matlab tabanlı, bağımsız ve ücretsiz bir programdır. Araştırma ve mühendislik topluluklarına açık kaynaklı olarak sunulan bu program, TPMS tabanlı mimari malzemelerin çeşitli mühendislik disiplinlerinde daha geniş bir uygulama alanı bulmasını teşvik etmektedir (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2021).

MiniSurf'ten farklı olarak, MSLattice yazılımında minimal yüzeylere kalınlık parametresi eklenmiştir. Kullanıcı dostu bir grafik arayüz ile donatılan MSLattice, Matlab Runtime Library üzerinden çalışmaktadır ve bu sayede sistem işlevselliğini sürdürebilmektedir (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2021).

Yazılım, kullanıcıların TPMS tabanlı yapılar üzerinde hem tekdüze hem de fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kafes yapılar oluşturmasına imkân tanır. Levha-ağ (sheet-network) ve katı-ağ (solid-network) konfigürasyonları desteklenmekte, kullanıcılar hücre tipi, topoloji, bağıl yoğunluk, hücre boyutu gibi geometrik ve fiziksel parametreleri kolaylıkla tanımlayabilmektedir. MSLattice'te kullanılan matematiksel temel, seviye kümesi yaklaşımına dayanmaktadır. TPMS yapılar, yüzey fonksiyonlarıyla tanımlanır ve bu fonksiyonlar genellikle trigonometrik bileşenlerden oluşur (Al-Ketan & Abu Al-Rub, 2021).

Yazılım, Gyroid, Diamond, Primitive ve I-WP gibi ön tanımlı TPMS yüzeyine sahiptir. Ayrıca kullanıcılar, "implicit function" penceresi aracılığıyla TPMS dışında topolojilere sahip özel fonksiyonlar tanımlayarak kendi yapısını oluşturabilir.

Fonksiyonel derecelendirme, seviye kümesi sabitinin uzaydaki dağılımının değiştirilmesiyle gerçekleştirilir. Daha karmaşık yapılarda, farklı TPMS yüzeylerinin birleştirilmesiyle çok morfolojili kafesler oluşturulabilir. Bu yapıların matematiksel tanımı, ağırlık fonksiyonları kullanılarak yapılmaktadır (Liu vd., 2018).

MSLattice ile oluşturulan yapılar, STL formatında dışa aktarılabilir ve doğrudan üç boyutlu yazıcılara gönderilerek üretilebilir. Sayısal simülasyon amacıyla, STL dosyaları CAD yazılımları aracılığıyla STEP formatına dönüştürülebilir ve sonlu elemanlar yöntemi (FEM) veya hesaplamalı akışkanlar dinamiği (CFD) gibi analizlerde kullanılabilir. Böylece yazılım, yalnızca tasarımı değil, analiz ve üretim süreçlerini de destekleyen bütüncül bir platform işlevi görmektedir.

Sonuç olarak, MSLattice, TPMS tabanlı kafes yapıların parametrik olarak modellenmesine, optimize edilmesine ve üretime hazırlanmasına olanak tanıyan güçlü bir dijital araçtır. Akademik araştırmalar, mühendislik tasarımları ve ileri düzey üretim süreçleri için esnek, özelleştirilebilir ve etkili bir çözüm sunmaktadır. Bu sayede hem teorik hem de uygulamalı çalışmalarda geniş bir kullanım potansiyeli taşımaktadır.

5.4. LattGen

LattGen, TPMS tabanlı kafes yapıların oluşturulmasını kolaylaştırmak amacıyla, Alberta Üniversitesi bünyesindeki Çok Fonksiyonlu Tasarım ve Eklemeli İmalat laboratuvarında, 2024 yılında Chris-Amadin ve Ibhadode tarafından MATLAB tabanlı olarak geliştirilmiş, açık kaynaklı ve bağımsız çalışabilen bir programdır. Kullanıcı dostu bir grafik arayüze sahip olan bu program hem akademik araştırmalarda hem de endüstriyel uygulamalarda kullanılabilecek esnek ve güçlü bir tasarım aracı olarak öne çıkmaktadır (Chris-Amadin & Ibhadode, 2024).

Program, 28 adet ön tanımlı TPMS fonksiyonunun yanı sıra kullanıcı tanımlı fonksiyonlarla da çalışabilme yeteneğine sahiptir. Kullanıcılar, sabit yoğunluklu, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş ve hibrit TPMS yapıları oluşturabilir. Bu oluşturulan TPMS yapılar, dikdörtgen prizma gibi varsayılan geometriler üzerine aktarılabilir, ya da STL formatında içe aktarılan serbest formlarla modeller üretilebilir.

"Dereceli Yoğunluk" (graded density) sekmesi, doğrusal, ikinci dereceden, kübik, dairesel, üssel ve trigonometrik olmak üzere altı farklı matematiksel denklem sunarak kullanıcıya hacimsel yoğunluğu konuma bağlı olarak kontrol etme imkânı tanır. "Hibritleştirme" (hybridization) sekmesi ise, iki farklı TPMS yapısı arasında geçiş sağlayan denklemler aracılığıyla yeni tasarımların oluşturulmasına olanak sağlar.

Program, hem levha-ağ (sheet-network) hem de katı-ağ (solid-network) TPMS yapılar oluşturabilir. Ayrıca kullanıcıya, hücre boyutlarını ve hücre dizilimini değiştirme gibi ek özelleştirme seçenekleri de sunar. Oluşturulan TPMS yapılar üç boyutlu olarak görselleştirilebilir ve STL formatında dışa aktarılabilir. Bu sayede yapılar doğrudan üç boyutlu baskı veya sayısal analizlerde kullanılabilir hâle gelir.

Program topoloji optimizasyonu ve biyomedikal mühendislik gibi alanlarda geniş bir uygulama yelpazesinde kullanılmaktadır. Özellikle iskelet sistemleri, implantlar, protez tasarımları gibi özel mühendislik uygulamalarına yüksek düzeyde uyarlanabilirlik sunmaktadır. Akademik çevreye açık olarak sunulmuş ve TPMS yapılarının araştırma, geliştirme ve üretim süreçlerinde yaygınlaştırılması hedeflenmiştir (Chris-Amadin & Ibhadode, 2024).

Bu çalışmada, kullanım kolaylığı, bağıl yoğunluğun doğrudan değiştirilmesi ve birden çok çekirdek kullanılabilmesi sebebiyle TPMS yapılar oluşturulması için Lattgen programı tercih edilmiştir.

5.5. Simcenter 3D

Sonlu elemanlar analizi (FEA), 1940'lı ve 1950'li yıllarda yapı mekaniği ve elastisite teorisi üzerinde çalışan araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. Richard Courant, 1943 yılında sonlu elemanlar yönteminin ilk teorik temellerini atanlardan biridir. Bu yöntemin modern anlamda kullanımı, mühendislik yapılarının gerilme, deformasyon ve sıcaklık gibi fiziksel olaylar için çözümler elde etme amacıyla başlamıştır (Nagy, 2018).

1960'lı yıllarda Argyris ve Clough, FEA'yı yapıların analizinde kullanılan bir yöntem olarak geliştirmiştir. Argyris, FEA'nın matematiksel temellerine katkıda bulunurken, Clough bu terimi ilk kez kullanmış ve yapısal mühendislik problemleri için sonlu elemanların pratikte nasıl kullanılabileceğini göstermiştir (Clough, 2004).

Uzay yarışının hızlandığı dönemde, NASA 1960'lı yıllarda uzay araçlarının yapısal analizi için FEA kullanmıştır. Büyük ve karmaşık problemleri elle çözmek uzun zaman aldığından NASA mühendisleri, bilgisayar yardımıyla çözüm aramaya karar verdiler. Butler, 1960'larda Goddard Uzay Uçuş Merkezi'nde mühendis olarak görev yapıyordu.

Butler, genel amaçlı sonlu eleman analizi yazılımının oluşturulması için çeşitli NASA saha merkezlerinden destekçiler topladı ve bu destekçileri bir araya getirerek “hayal ettikleri bilgisayar programını” tasarlayan bir komite oluşturdu (Butler, 1982).

NASA, bilgisayarlı çözümlemeler için 1965 yılında IBM 7094 bilgisayarında FORTRAN dilini kullanarak NASTRAN programını geliştirmiştir. "NAsa STRucture ANalysis" kelimelerinin baş harflerinden türetilen bu isim, sonlu elemanlar yönteminin ilk yazılımı olmuştur (Butler, 1982).

NASA, 1970'lerin başında NASTRAN'ı Georgia Üniversitesi'ndeki Bilgisayar Yazılım Yönetimi ve Bilgi Merkezi (COSMIC) aracılığıyla kamuoyuna duyurdu. NASTRAN'ın geliştirme sürecinde MacNeal ve Schwendler, yazılımı ticari hale getirmiş,

1971 yılında MSC (MacNeal-Schwendler Corporation) firmasını kurarak piyasaya sürmüşlerdir (Nagy, 2018).

Federal Ticaret Komisyonu MSC firmasının NASTRAN ile tekel oluşturduğu gerekçesiyle dava süreci başlatmıştır. Mahkeme süreci 2003 yılına kadar devam etmiş ve MSC, elindeki kodun bir kopyasını UGS (Unigraphics Solutions) firmasına satmıştır. Bu süreç, NX NASTRAN'ın piyasaya sunulmasına yol açmıştır (Nagy, 2018).

UGS, 2003–2007 yılları arasında NX NASTRAN'ı geliştirmeye devam etmiş ve yazılımın ticari başarısını artırmıştır. Siemens, 2007 yılında UGS firmasını satın almış; bu tarihten itibaren geliştirme süreçleri Siemens NX NASTRAN adı altında sürdürülmüştür.

Siemens, 2016 yılında bir karar alarak Simcenter 3D adıyla simülasyon ve analiz programlarını bir çatı altında toplama sürecini başlatmıştır. Günümüzde Siemens'in Simcenter çatısı altında, dijital ikiz kavramı ve ürün yaşam döngüsü yönetimi çözümleri ile mühendislik dünyasında önemli bir yer edinilmiştir. Yazılım, tasarım optimizasyonu, analiz hızı ve doğruluğu ile birlikte geniş kapsamlı mühendislik çözümleri sunması sayesinde hem endüstriyel hem de akademik dünyada kullanılmaya devam etmektedir.

Simcenter 3D, çok disiplinli mühendislik benzetimleri gerçekleştirmek amacıyla kullanılan kapsamlı bir bilgisayar destekli mühendislik (CAE) yazılımıdır. Bu yazılım aracılığıyla doğrusal (lineer) ve doğrusal olmayan (nonlineer) statik yapı çözümleri, titreşim analizleri, burkulma, frekans tepkisi ve zamana bağlı dinamik çözümler gibi mekanik analizler yapılabilmektedir. Ayrıca ısıl (termal) analizler kapsamında sabit veya zamana bağlı sıcaklık dağılımları, iletim, taşınım ve ışınım gibi ısı transferi mekanizmaları da modellenebilmektedir. Akustik analizler ile ses yayılımı, yapı kaynaklı titreşimlerin sebep olduğu gürültü ve ses basınç düzeyi haritaları çıkarılabilmektedir. Çok cisimli sistem dinamiği modülü sayesinde rijit ve esnek parçaların birlikte hareketi, mekanizma çözümleri, yük çıkarımı ve hareketli sistemlerin optimizasyonu gerçekleştirilebilmektedir.

Simcenter 3D, aynı zamanda akışkanlar mekaniği analizleri gerçekleştirebilmekte ve yapı ile akışkan arasındaki etkileşimler çözümlenebilmektedir. Bu etkileşimler sayesinde özellikle havacılık uygulamaları için kanat çırpınması ve ani rüzgâr etkileri gibi aeroelastik davranışlar modellenebilmektedir. Kompozit malzemelere özel olarak

tabakalı yapıların analizleri yapılabilirken, yorulma modülüyle gerilme ömrü, şekil değiştirme ömrü ve titreşim kaynaklı yorulma gibi dayanıklılık analizleri gerçekleştirilebilmektedir. Katmanlı üretim süreçlerine özel olarak ısıl bozulma, geometrik sapma ve artık gerilme analizleri yapılabilmekte, ayrıca kaynak, dövme ve sac şekillendirme gibi üretim süreçleri de belirli ölçüde simüle edilebilmektedir. Çoklu fizik etkileşimli çözümler sayesinde ısıl-yapısal, akışkan-yapısal, akustik-yapısal ve elektro-ısıl etkileşimler bir arada çözümlenebilmektedir. Parametrik tasarım optimizasyonu, biçim ve boyut iyileştirmeleri ile malzeme dağılımına yönelik topoloji optimizasyonu gibi gelişmiş uygulamalar da HEEDS isimli yazılım ile bütünleşik olarak yürütülebilmektedir. Tüm bu olanaklarıyla Simcenter 3D, otomotiv, havacılık, savunma sanayisi, denizcilik ve raylı sistemler gibi birçok endüstriyel alanda gelişmiş ürün performansı değerlendirmeleri için etkili bir mühendislik çözüm platformudur (Simcenter Nastran – Siemens Software, n.d.).

Bu çalışmada FEM kullanılarak TPMS yapıların statik, modal ve burkulma analizleri yapılacaktır.

BÖLÜM 6

MATERYAL VE YÖNTEM

6.1. TPMS Tasarımı ve Matematiksel Modeli

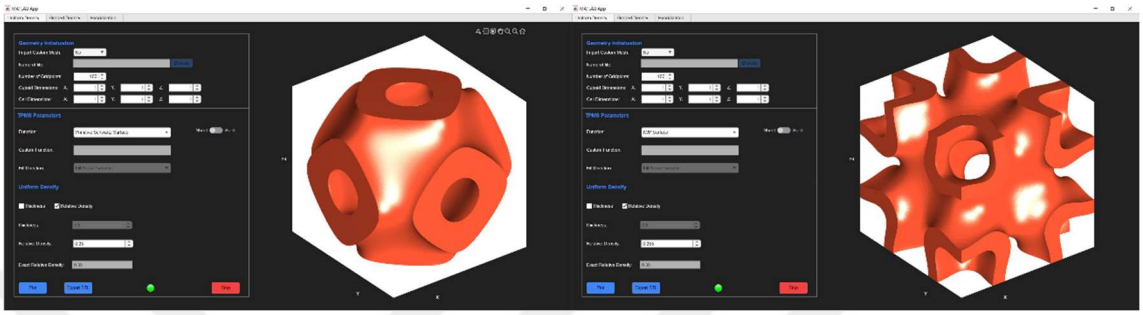
Bu çalışma kapsamında TPMS yapıları, LattGen'in Uniform Density modülü kullanılarak modellenmiş ve yapı türü olarak sheet (levha) seçilmiştir. İlk örnekte TPMS yapı olarak Primitive Schwarz yüzeyi, ikinci örnekte ise I-WP yüzeyi tercih edilmiştir. Her iki yapı için de X, Y ve Z yönlerinde 1×1×1 mm boyutunda birim hücre tanımlanmıştır.

TPMS yapılarının sayısal çözünürlükle tanımlanabilmesi için her yapı için "Number of Grid Points" parametresi 100 olarak belirlenmiştir. Bu değer, her bir yönde 100 örnekleme noktasına karşılık gelmekte ve TPMS fonksiyonlarının yüksek çözünürlükle temsil edilmesini sağlamaktadır. Böylece her yapı, yalnızca bir birim hücreden oluşsa da 100×100×100 boyutlarında üç boyutlu bir skaler alan üzerinde örneklenmiştir. LattGen, bu sayede minimal yüzey fonksiyonlarının daha keskin, düzgün ve topolojik olarak doğru biçimde elde edilmesini mümkün kılmaktadır.

Yapı tipi olarak "sheet" seçilmesiyle birlikte, TPMS fonksiyonuna ait belirli bir izo-değer aralığında malzeme tanımı yapılmıştır. Her iki yapı için de "Relative Density" (Göreli Yoğunluk) değeri 0,10'dan başlayarak 0,05 artışla 0,5'e kadar ayrı ayrı oluşturulmuştur. Kalınlık değeri manuel olarak girilmemiş ve bunun yerine "Exact Relative Density" seçeneği etkinleştirilmiştir. Yapı tipi olarak "sheet" seçildiğinde, TPMS fonksiyonu tek bir yüzey olarak değil, belirli bir kalınlığa sahip bir bölge olarak tanımlanır. Bu, fonksiyonun iki izo-değer arasında kalan kısmının malzeme olarak kabul

edilmesi anlamına gelir. Böylece yapı, bir yüzeyden ziyade hacimsel olarak ince bir tabaka (levha) formunda elde edilir.

Tasarım süreci tamamlandıktan sonra, her iki yapı da yazılımın etkileşimli 3B görselleştirme paneli aracılığıyla incelenmiş ve ardından STL (Stereolithography) formatında dışa aktarılmıştır.

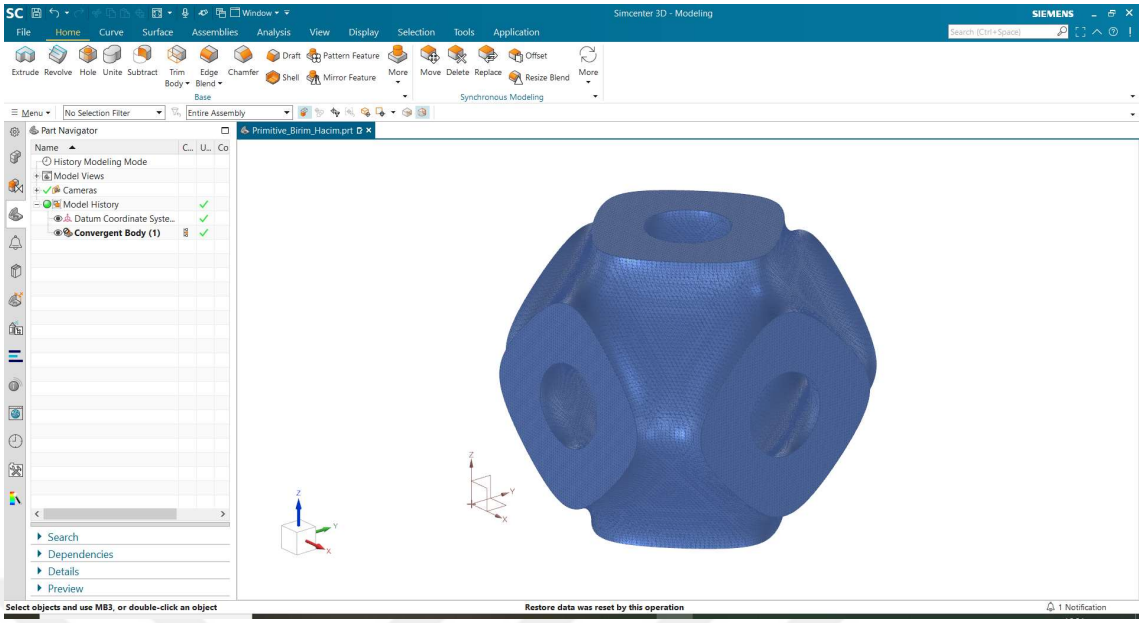


Şekil 6.1. LattGen ile oluşturulan TPMS yapılar

Sonuç olarak, bu uygulamada LattGen yazılımı kullanılarak, 100 örnekleme noktası çözünürlüğüne sahip tek bir birim hücreden oluşan, gözenekli TPMS yapılar başarıyla modellenmiştir. Yapılar, hedeflenen göreli yoğunluğa ulaşacak şekilde parametrik olarak tanımlanmış ve üretime uygun biçimde dijitalleştirilmiştir.

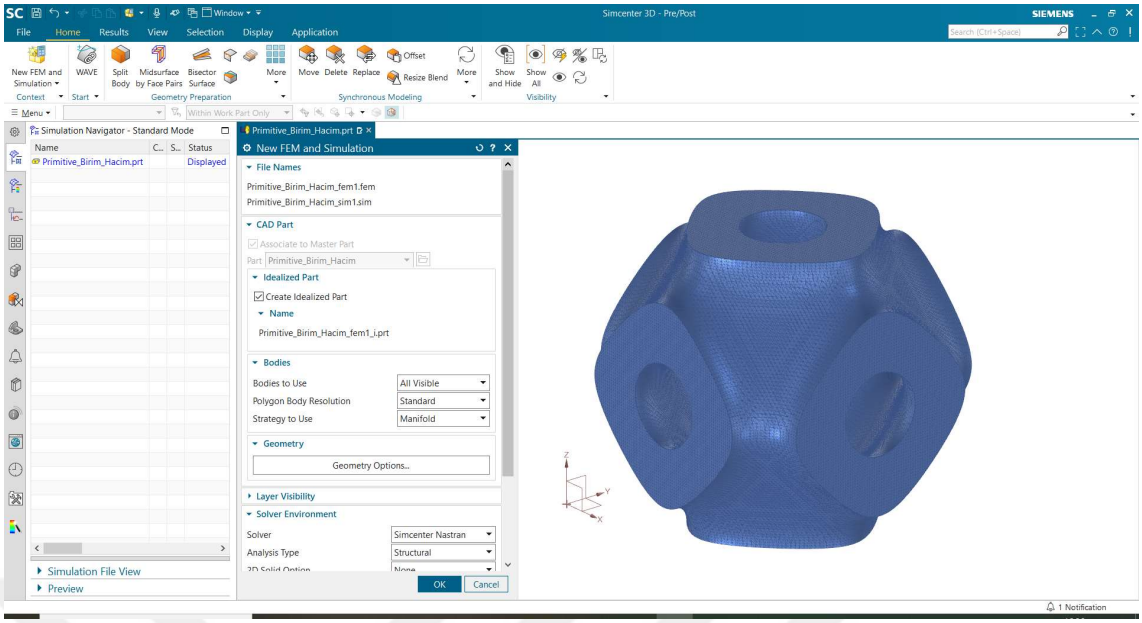
Yapı daha sonra kiriş olarak modellenmiştir, bunun için 1x1x10 ve 4x4x40 olacak şekilde birim hücreler çoğaltılmıştır. Böylece l/h oranı 10 olmuştur. Birim hücre boyutu, 1×1×10 mm ve 4×4×40 mm boyutlarındaki kirişlerde 1×1×1 mm olarak tanımlanmıştır.

Birim hücreleri çoğaltabilmek için, STL formatındaki birim hücremiz Simcenter 3D programının içerisine aktarılmıştır. Böylece analiz öncesi ön hazırlık aşaması olarak CAD verileri yazılıma tanıtılmıştır.



Şekil 6.2. Simcenter 3D içerisine aktarılan Primitive tasarımı

Simcenter 3D yazılımının içerisinde yer alan analiz modülü Pre/Post çalıştırılmıştır. Pre/Post modülü hiyerarşik yapıdadır ve birden fazla dosya formatını içerisinde barındırmaktadır. Hiyerarşik olarak $.prt$ uzantılı CAD dosyası en alttadır ve tüm veri setinin temeli (ebeveyni) sayılmaktadır. Geometrik düzenlemeler ve sadeleştirmelerin doğrudan tasarımı etkilenmemesi için idealize bir CAD dosyası oluşturulabilir ve uzantısı $_i.prt$ olmaktadır. Bu dosyanın oluşturulmasının ardından yapıyı sonlu elemanlar yöntemi için matematiksel ağlara (mesh) bölündüğü ve fiziksel özelliklerini belirlendiği $.fem$ dosyası otomatik olarak oluşmaktadır. Son olarak tüm sınır koşullarının ve analiz tipinin belirlendiği, çözümlemelerin yapıldığı ve yapılan çözümlerin incelenebildiği $.sim$ dosyası oluşmaktadır.



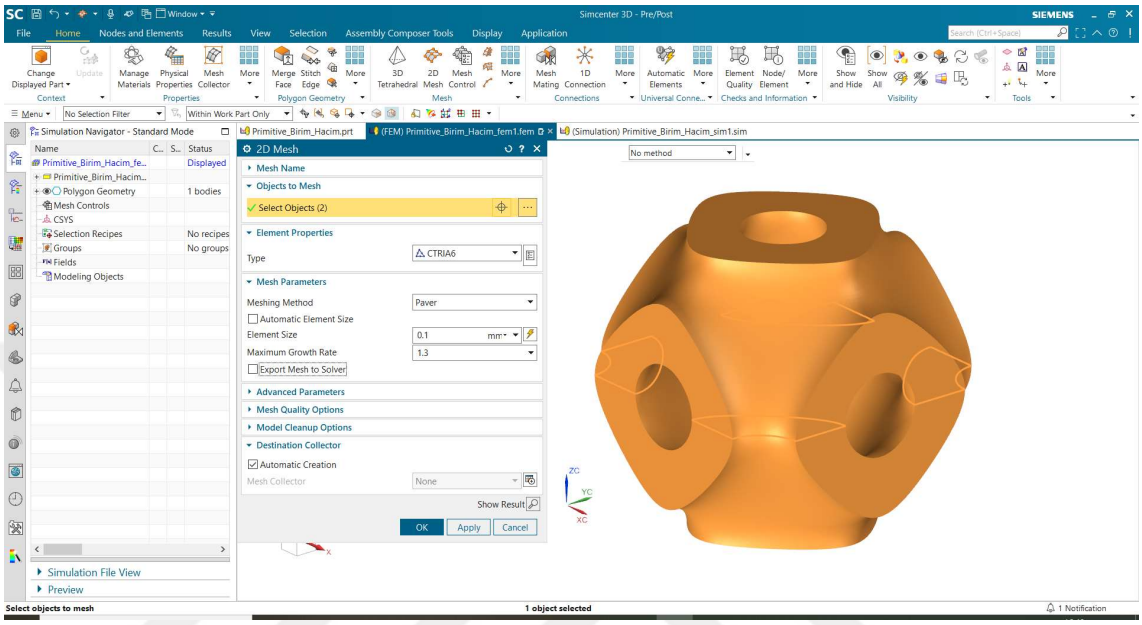
Şekil 6.3. Simcenter 3D Pre/Post modülü $i_.prt$, $.fem$ ve $.sim$ dosyası oluşturma ekranı

Fiziksel özellikleri tanımlamak ve yapıyı matematiksel ağlara (mesh) bölebilmek için $.fem$ dosya ortamına geçiş yapılmıştır. Farklı ağ oluşturma yöntemleri vardır, ancak bunlar temelde boyutsal olarak gruplandırılabilir. Üç boyutlu yapılar için üç boyutlu ağlar, iki boyutlu yapılar için ise iki boyutlu ağlar kullanılabilir. Simcenter 3D, ayrıca bir boyutlu ve sıfır boyutlu ağları da desteklemektedir. Fiziksel olarak sıfır boyutlu yapıların mümkün olmadığını ve bir boyutlu yapıların da pratikte sınırlı olduğunu bilmekle birlikte, Simcenter 3D'deki boyutlandırmalar, elemanların deformasyona uğrayabileceği yönleri temsil etmektedir. Örneğin, bir boyutlu yapılar eksenel olarak şekil değiştirebilen kablolar veya raylar gibi düşünülebilirken, sıfır boyutlu yapılar ağırlık gibi etkileri temsil eden, deformasyona uğramayan noktasal elemanlar olarak tanımlanmaktadır.

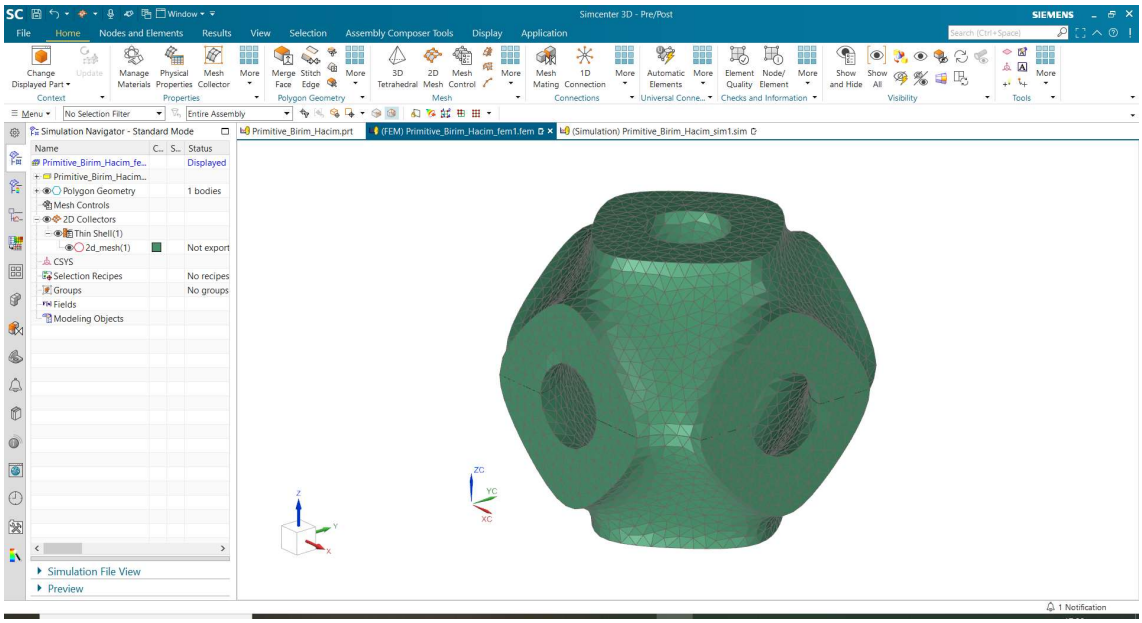
Bir diğer önemli nokta, karmaşık şekillerin matematiksel ağlara bölünebilmesi için "mesh tohumlama" (mesh seeding) yönteminin kullanılabilmesidir. Üç boyutlu yapıların yüzeyleri, iki boyutlu ağlar kullanılarak modellenebilmektedir ve bu sayede referans noktaları oluşturulmaktadır. Ardından aynı yapı, üç boyutlu ağlarla modellenerek ağ hatalarının (mesh kusurlarının) önüne geçilebilmektedir. Bu çalışmada da mesh tohumlama yöntemi tercih edilmiştir.

Mesh tohumlama için iki boyutlu meshleri oluşturmaya yarayan "2D mesh" komutu çalıştırılmıştır. Grafik ekranında TPMS yapısı seçilmiştir. Açılan mesh

ekranından “CTRIA6” mesh eleman tipi seçilmiştir. Nominal eleman boyutu olan “Element size” değeri 0,04 mm olarak belirlenmiştir. İki boyutlu meshlerin referans olarak kullanılması ve çözücüye gitmesini engellemek için “Export mesh to solver” seçeneği kaldırılmıştır. Komut “OK” seçeneğine tıklanarak çalıştırılmıştır.



Şekil 6.4. 2D mesh oluşturma ekranı

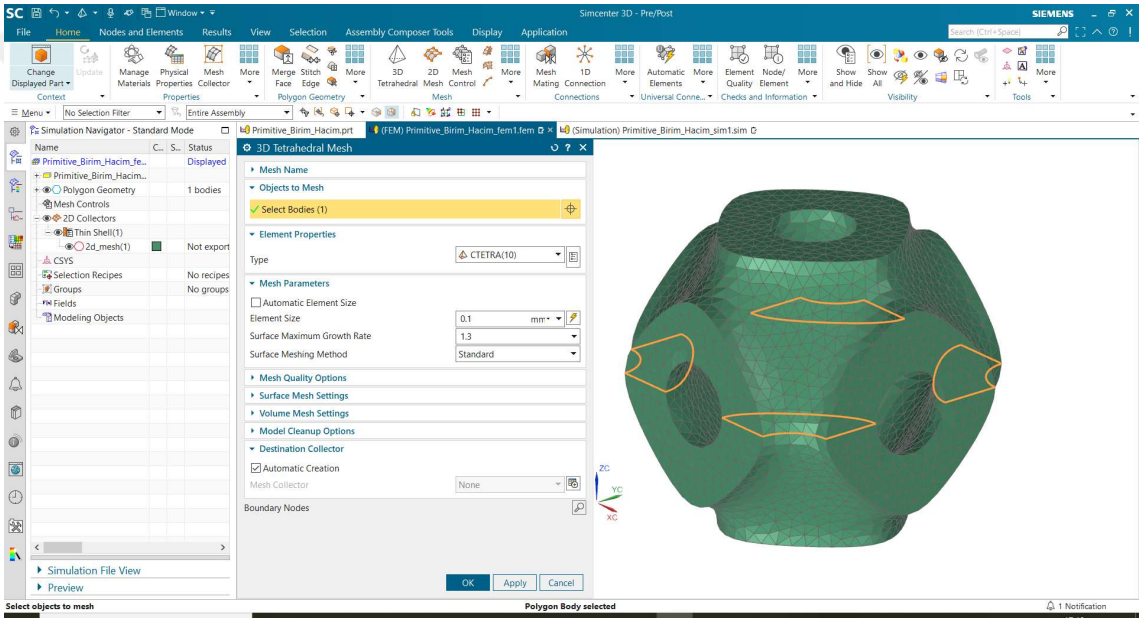


Şekil 6.5. 2D mesh oluşturulmuş TPMS yapı

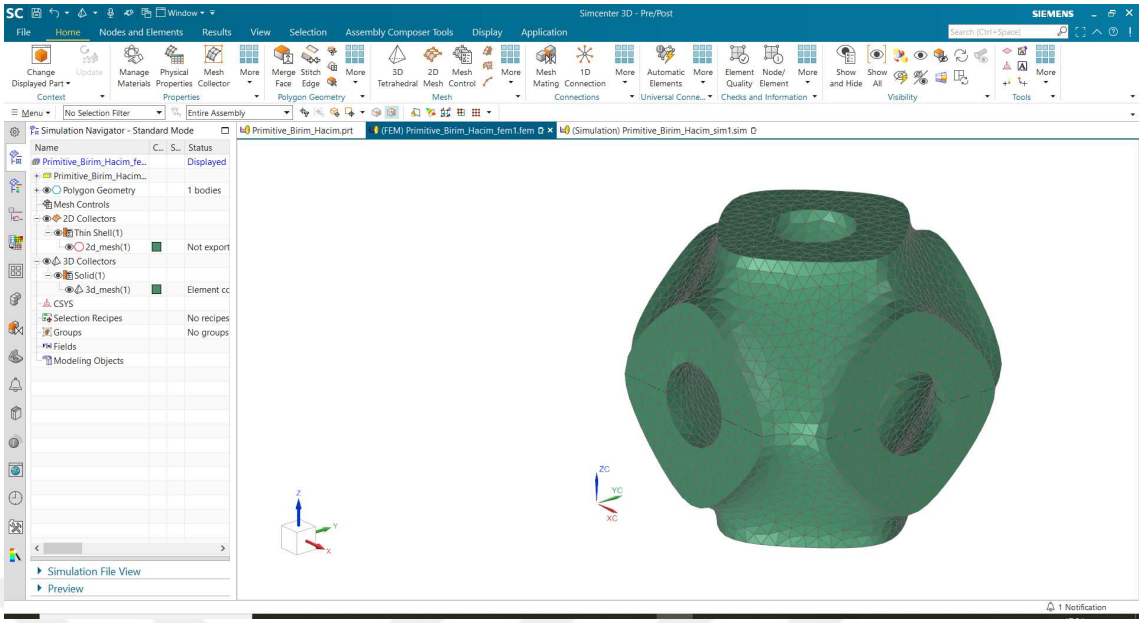
Mesh oluşturma işlemini tamamlamak için artık üç boyutlu mesh oluşturulmalıdır. Üç boyutlu meshler kendi içerisinde iki temel gruba ayrılmaktadır. Üçgensel yapıdaki

“tetrahedral” meshler ve dörtgensel yapıdaki “hexahedral” meshler bulunmaktadır. Bu çalışmada yapı süpürülebilir bir geometriye sahip olmadığı için tetrahedral elemanlar tercih edilmiştir.

Üç boyutlu meshler oluşturmak için 3D Tetrahedral komutu çalıştırılmıştır. Grafik ekranında TPMS yapısı seçilmiştir. Açılan mesh ekranından “CTETRA(10)” mesh eleman tipi seçilmiştir. Nominal eleman boyutu olan “Element size” 0,04 mm olarak belirlenmiştir. Komut “OK” seçeneğine tıklanarak çalıştırılmıştır. Üç boyutlu meshler iki boyutlu meshleri referans alarak oluşturulmuştur.



Şekil 6.6. 3D Tetrahedral mesh oluşturma ekranı

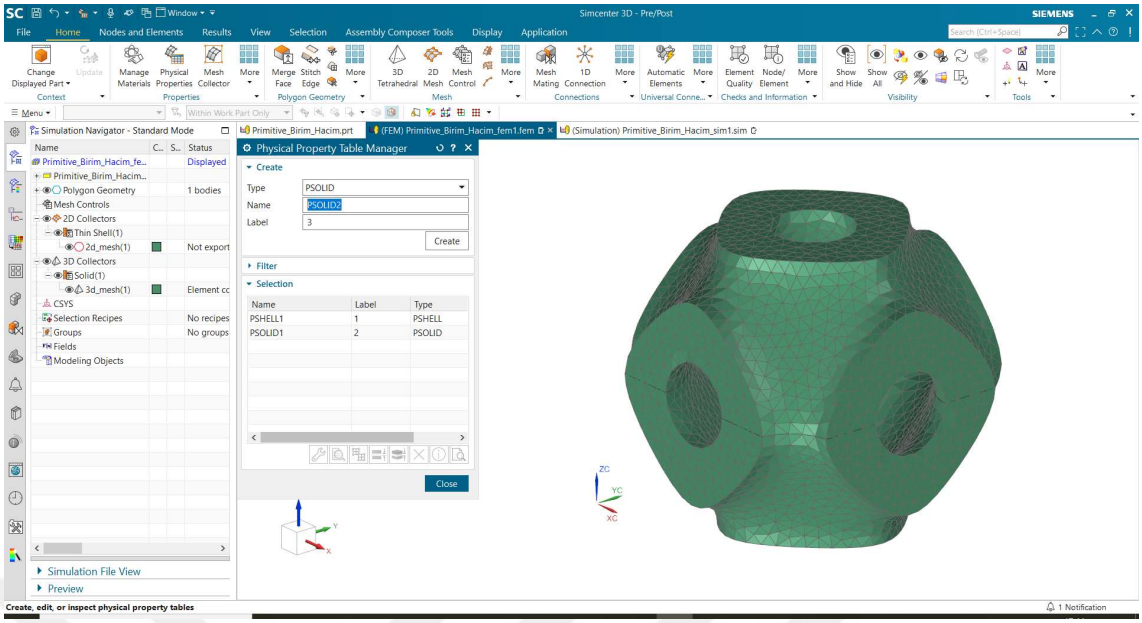


Şekil 6.7. 3D Tetrahedral mesh oluşturulmuş TPMS yapı

Yapı mesh elemanlara bölünmüştür ancak henüz fiziksel özellikleri tanımlanmamıştır. Fiziksel özelliklerin tanımlanabilmesi için "Physical Properties" komutu çalıştırılmıştır. Bu komut çalıştırıldığında "Physical Property Table Manager" penceresi açılmıştır. Bu pencere içerisinde, tanımlamış olan üç boyutlu mesh'in fiziksel özelliğini belirten "PSOLID1" kartı seçilmiş ve "Edit" (düzenle) komutunu çalıştırılmıştır. Komutun çalıştırılmasının ardından fiziksel özellikler tablosu olan "Physical Properties Table" penceresi açılmıştır. Bu pencere içerisinde "Choose Material" komutunu kullanarak malzeme belirleme işlemine geçilmiştir. Komut çalıştırıldığında, Simcenter 3D'nin malzeme listesini içeren "Material List" penceresi açılmıştır. Bu pencere içerisinden yapı çeliği ("steel") seçimi yapılmıştır. Tüm ekranlarda "OK" seçeneğine tıklanarak malzeme tanımlama işlemi tamamlanmıştır.

Çizelge 6.1. Çeliğin mekanik özellikleri

Özellik	Değer	Birim
Yoğunluk (ρ)	7850	kg/m^3
Young Modülü (E)	200	GPa
Poisson Oranı (ν)	0.3	-

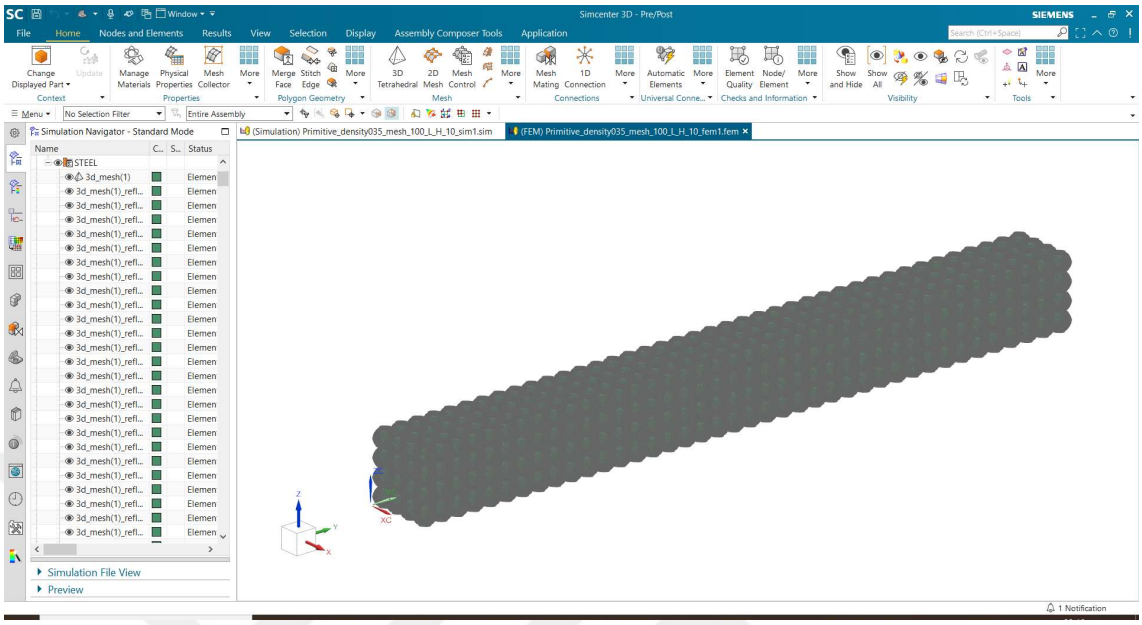


Şekil 6.8. Meshlerin fiziksel özellikler tablosu

Birim hücrenin mesh ve fiziksel özellikleri tanımlanmıştır. Yapı doğrudan kiriş olarak modellenmemiş, bunun yerine birim hücre olarak modellenmiştir. Bunun temel nedeni, Simcenter 3D ve benzeri analiz programlarının hesaplamalarını yaparken geometrik modeli değil, mesh modelini kullanmalarıdır. Geometrik model yalnızca yapıya uygun bir matematiksel ağ oluşturmak amacıyla kullanılır. TPMS yapıların $.stl$ formatındaki CAD verilerinin boyutu, aynı ölçülerdeki kübik bir birim elemanınkine kıyasla yaklaşık on iki bin kat daha fazladır. Bu nedenle TPMS yapıyı doğrudan kiriş olarak modelleyip Simcenter 3D ortamına aktarmak, günümüzde kullanılan standart bilgisayar donanımları için mümkün değildir. Bu sebeple, bu çalışmada mesh yapıları çoğaltılarak kiriş modeli elde edilmiştir.

Mesh yapılarının çoğaltılması için birçok yöntem vardır. Bu çalışmada "Reflect" yansıtma komutu kullanılmıştır. "Reflect komutu çalıştırıldığında "Element Copy and Reflect" penceresi açılmaktadır. Bu pencere aracılığıyla yansıtılacak mesh elemanları grafik ekran üzerinden seçilmiştir. Ardından hangi düzlemin referans alınarak yansıtma yapılacağını belirlenmiştir. Bu çalışmada birim elemanlarımın boyutuna uygun olarak 1mm uzakta bir yansıtma düzlemi seçilmiştir. "Merge nodes at reflection plane" seçeneğini aktif hale getirilerek yansıtılan elemanların yansıtma düzleminde yeni oluşacak elemanlarla ortak düğüm(node) kullanmasını sağlanmıştır. Bu sayede yapı

sürekliliği korunmuştur. Reflect komutunun tüm bu adımları yapı 4x4x40 boyutlarına ulaşana kadar tekrar edilmiştir.



Şekil 6.9. Reflect komutuyla oluşturulmuş TPMS yapı

6.2. Modal Analiz

Yapısal sistemlerin dinamik davranışını doğru şekilde anlamak ve kontrol altına almak, mühendislik tasarım süreçlerinde güvenlik, performans ve dayanım açısından kritik bir gerekliliktir. Bu kapsamda modal analiz, yapıların doğal frekanslarını, mod şekillerini ve sönüm özelliklerini belirlemek amacıyla kullanılan temel bir mühendislik yöntemidir. Özellikle dış dinamik yüklemelerin, sistemin doğal frekanslarına yakın aralıklarda gerçekleşmesi durumunda ortaya çıkabilecek rezonans etkisi, yapıda kabul edilemez deformasyonlara, yorulma kaynaklı hasarlara ve hatta ani yapısal çöküşlere neden olabilir. Bu tür olasılıkların öngörülmesi ve önlenmesi açısından modal analiz, yapısal tasarım sürecinin vazgeçilmez bir parçası haline gelmiştir.

Son yıllarda gelişen hesaplamalı mühendislik yaklaşımları, periyodik ve kompleks geometriye sahip yeni nesil yapılarla birlikte, geleneksel analiz yöntemlerinin ötesinde çözümler geliştirilmesini gerektirmiştir. Bu bağlamda TPMS tabanlı yapılar, yüksek özgül dayanım ve rijitlik değerleri sunmaları nedeniyle dikkat çekmektedir. Hafiflik ve mekanik kararlılığı aynı anda sağlayabilen bu kafes yapılar, özellikle biyomedikal implantlar, havacılık yapıları ve enerji sistemleri gibi dinamik zorlamaların

yoğun olduğu mühendislik alanlarında yaygın şekilde kullanılmaktadır. Ancak TPMS yapılar, sürekli yüzey geçişleri ve üç boyutlu periyodiklik gibi geometrik özellikleri sebebiyle, klasik yapılarla kıyaslandığında daha karmaşık bir dinamik tepki sergilerler. Bu nedenle, söz konusu yapıların dinamik davranışlarını doğru biçimde değerlendirebilmek adına modal analiz uygulanması gereklidir.

TPMS yapılarda gerçekleştirilen modal analizler, yalnızca doğal frekansların belirlenmesine değil, aynı zamanda topolojiye özgü mod şekillerinin tanımlanmasına, rezonans risklerinin tespitine ve yapının titreşimsel olarak zayıf noktalarının ortaya konulmasına da olanak sağlar. Özellikle bu tür yapıların dış titreşim kaynaklarıyla etkileşime girmesi durumunda rezonans olasılığı daha yüksek olabileceğinden, önleyici mühendislik kararlarının alınması için modal analiz kritik bir rol üstlenmektedir. Böylece hem yapının servis ömrü uzatılmakta hem de güvenli çalışma koşulları sağlanabilir.

Tüm bu sebeplerden dolayı bu çalışmada Simcenter 3D kullanılarak modal analizler yapılmıştır. Modal analiz, temel olarak yapı dinamiğinin doğrusallaştırılmış halini ifade eden özdeğer probleminin çözümüne dayanır.

$$[K - \beta M]\varphi = 0 \tag{6.1}$$

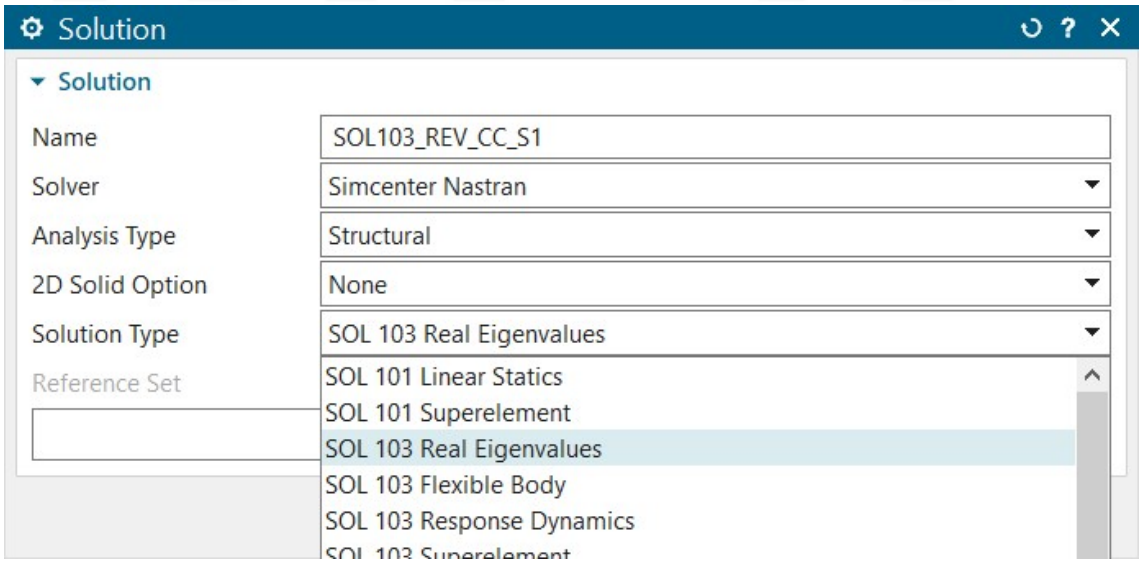
Bu denklemde K rijitlik matrisi, M kütle matrisi, β doğal frekansın karesi ile orantılı özdeğer, φ ise ilgili mod şekli yani özdeğerdir. Uygulamada, bu denklem büyük boyutlu sistemleri temsil eden seyrek matrisler biçiminde ortaya çıkar. Bu nedenle özdeğerlerin doğrudan hesaplanması yerine, hesaplama yükünü azaltan ve bellek kullanımını optimize eden iteratif sayısal çözüm yöntemleri tercih edilmektedir.

Bu yöntemler arasında en yaygın kullanılanlardan biri Lanczos algoritmasıdır. Lanczos yöntemi, özellikle düşük frekans modlarının çıkarılmasında yüksek performans sergileyen bir iteratif yöntem olup, büyük ve seyrek sistem matrisleriyle çalışmak için uygundur. Küçük sistemlerde ise yüksek doğruluğa sahip "Householder" ve "QR ayrıştırması" gibi doğrudan yöntemler kullanılabilmektedir. Simcenter 3D, kullanıcıya bu çözüm algoritmaları arasında seçim yapma imkânı sunduğu gibi, çözüm parametrelerine bağlı olarak uygun olanı otomatik olarak da belirleyebilmektedir.

Simcenter içerisinde yer alan “SOL 103 – Real Eigenvalue” çözüm yöntemi, doğrusal ve sönümsüz sistemlerin serbest titreşim davranışlarını belirlemek amacıyla geliştirilmiş temel bir modal analiz yöntemidir. Bu çözüm, yapıya dışardan herhangi bir yükleme uygulanmaksızın, doğal frekansları ve bunlara karşılık gelen mod şekillerini hesaplamaya yöneliktir. Yöntem yalnızca reel (gerçek) özdeğerleri dikkate aldığından, analiz sönüm etkisi içermeyen koşullarda gerçekleştirilir. Bu avantajlar dikkate alınarak bu çalışmada SOL103 Real Eigenvalue yöntemi tercih edilmiştir.

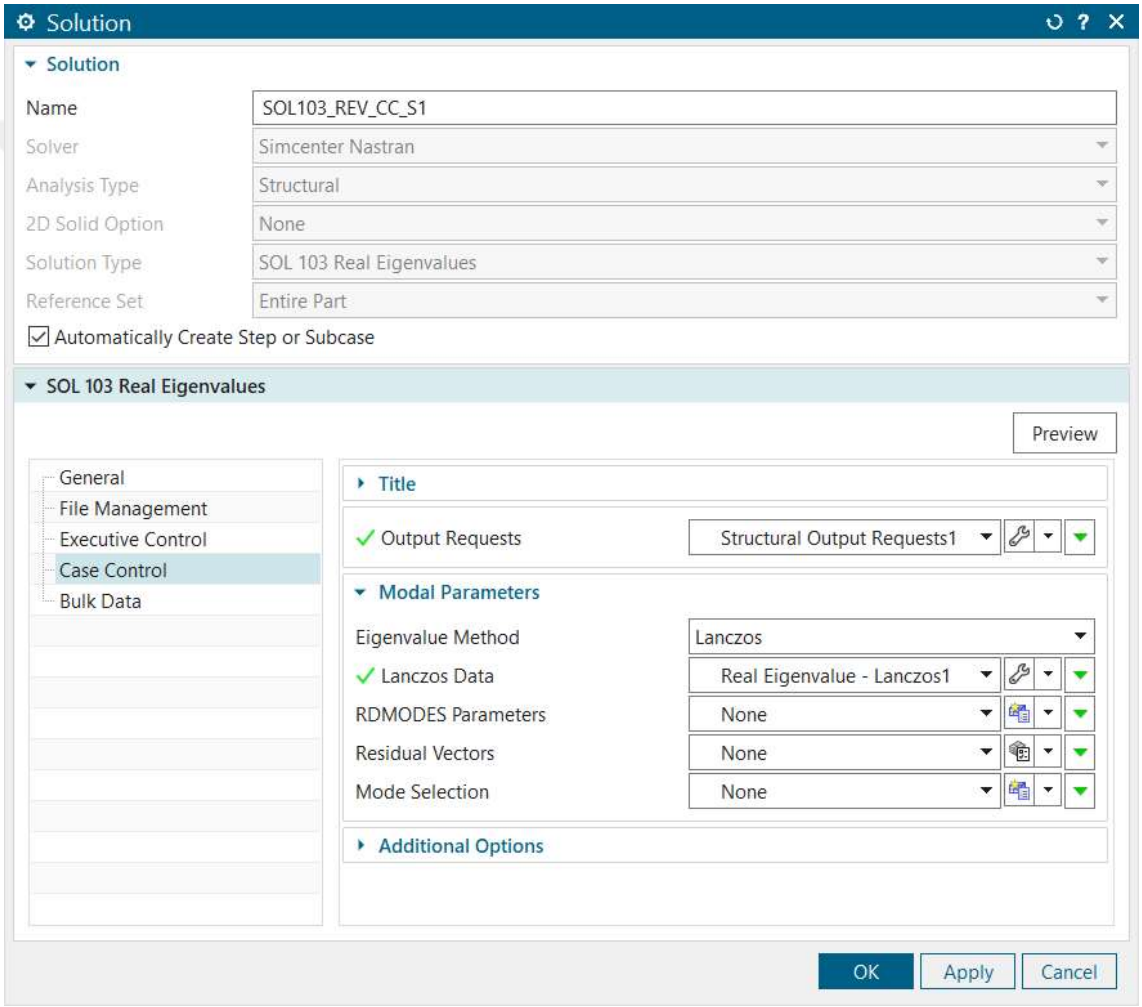
Bu çalışmada, öncelikle “TPMS Tasarımı ve Matematiksel Modeli” bölümünde oluşturulan yapı kullanılmıştır. Analiz yönteminin belirlenebilmesi için $.sim$ dosyasına geçiş yapılarak çalışmalara başlanmıştır.

Çözüm yöntemini belirlemek için “Solution” çözüm komutunu çalıştırılmıştır. Çözüm komutu çalıştırıldığında “Solution” çözüm penceresi açılmıştır. Bu pencere içerisinden, çözüme verilecek isim, kullanılacak olan çözücü, analiz türü ve çözüm türü gibi önemli parametreler belirlenmektedir. SOL 103 Real Eigenvalues çözümü seçilmiştir ve “Create Solution” çözüm oluştur komutu çalıştırılmıştır.



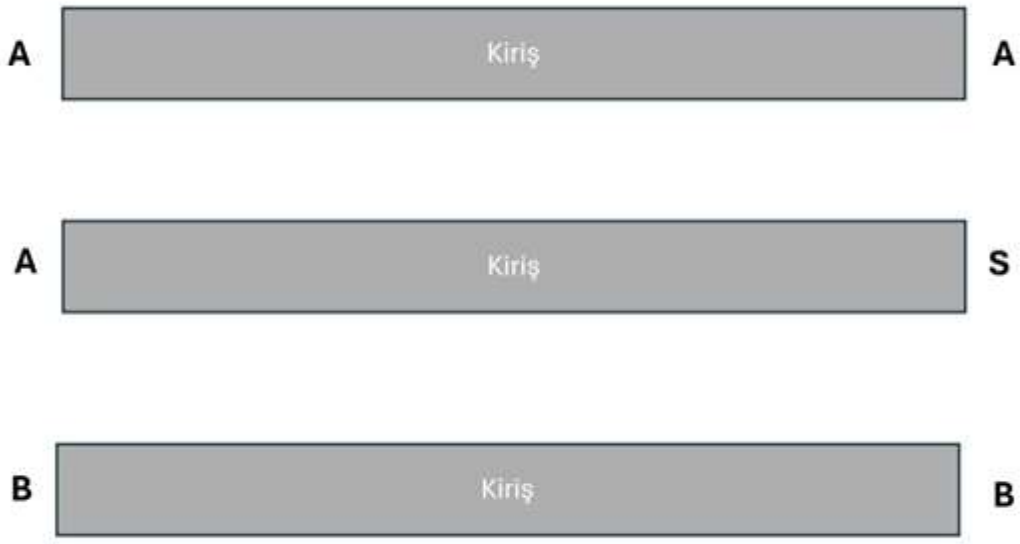
Şekil 6.10. Simcenter 3D çözüm penceresi

"Create Solution" komutu çalıştırıldığında, çözüm parametrelerinin de dahil olduğu genişletilmiş bir çözüm penceresi açılmaktadır. Bu arayüz üzerinden analizle ilgili tüm ayarlar kontrol edilebilmektedir. Bu çalışmada çözüm için Simcenter 3D'nin varsayılan ayarları kullanılmıştır. Burada özellikle vurgulanması gereken iki önemli nokta bulunmaktadır. Birincisi, varsayılan ayarlarda Simcenter 3D tarafından Lanczos yöntemi kullanılmaktadır. İkincisi ise, Lanczos yöntemi ile hesaplanan ilk 10 mod sistem çıktısı olarak sunulmaktadır. "OK" komutunu kullanarak bu pencere kapatılmıştır. Artık çalışmamın çözüm yöntemi ve çözüm parametreleri belirlenmiştir.



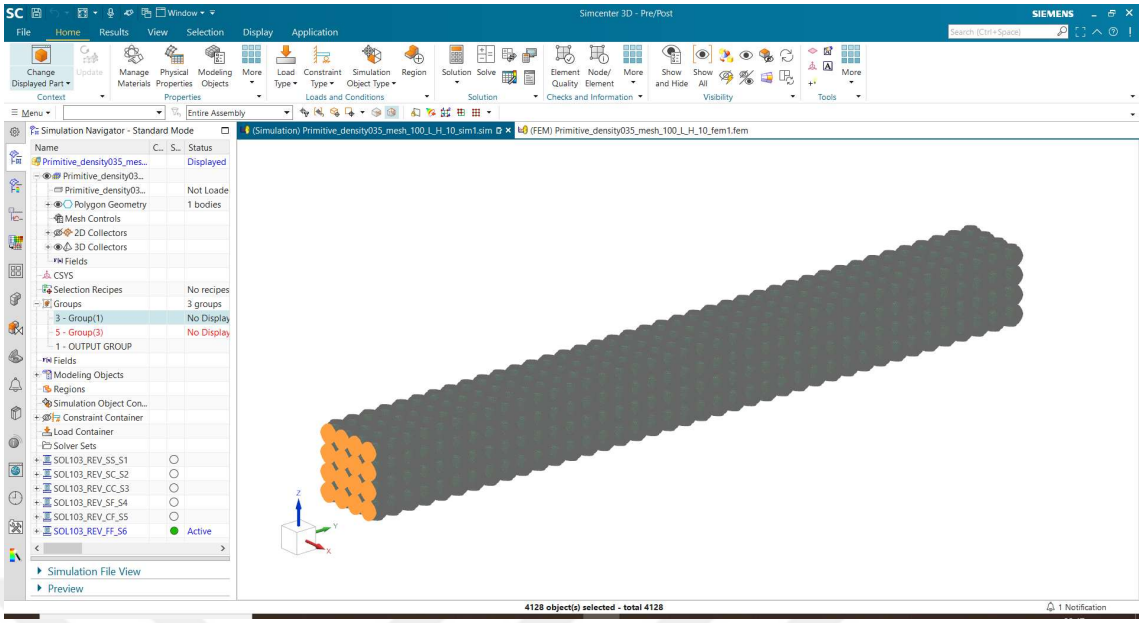
Şekil 6.11. Genişletilmiş çözüm penceresi

Sonlu elemanlar yöntemi uygulamalarında, çözüm doğruluğunu doğrudan etkileyen en önemli unsurlardan biri sınır koşullarının tanımlanmasıdır. Bu çalışmada yapılacak modal analizlerde ankastre mesnet, basit destek ve serbest uç olmak üzere üç farklı sınır koşulunun ikili kombinasyonları uygulanacaktır. Sırasıyla A ankastre mesnet, B basit destek ve S, serbest uç anlamına gelmektedir. Bu durumda üç farklı sınır koşulu oluşacak için analiz yapılacaktır.



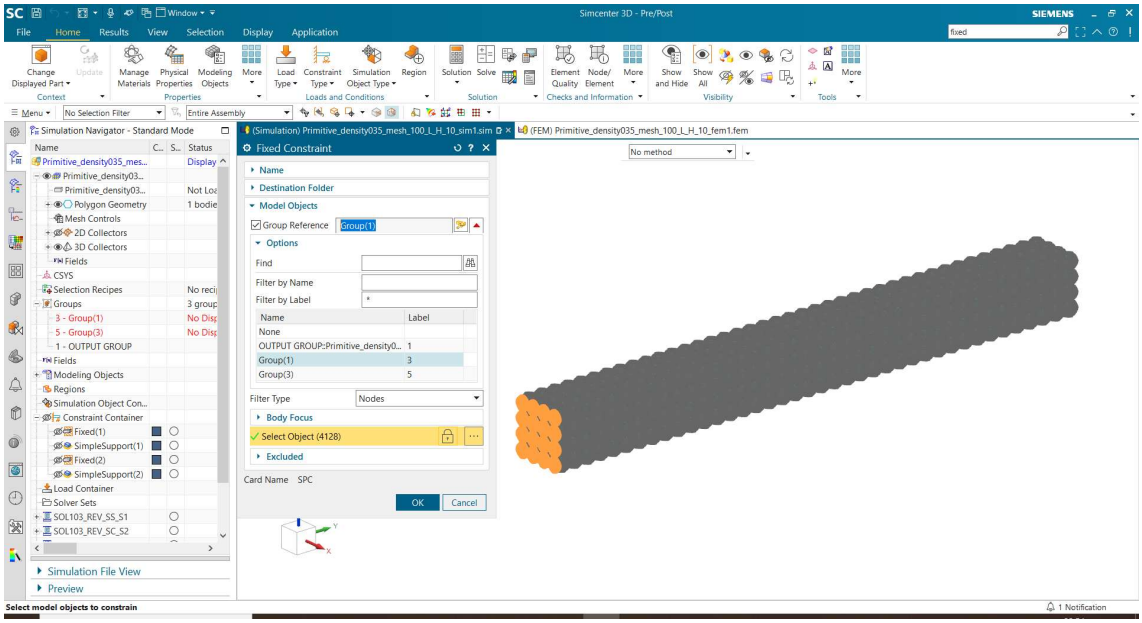
Şekil 6.12. Modal analiz için sınır koşulları

Simcenter 3D ekranında her seçimi tekrar yapmanın önüne geçebilmek adına sınır koşulu uygulanacak düğüm noktaları gruplar altında toplanmıştır.



Şekil 6.13. Sınır koşullarının olduğu düğüm noktalarından oluşturulan grup

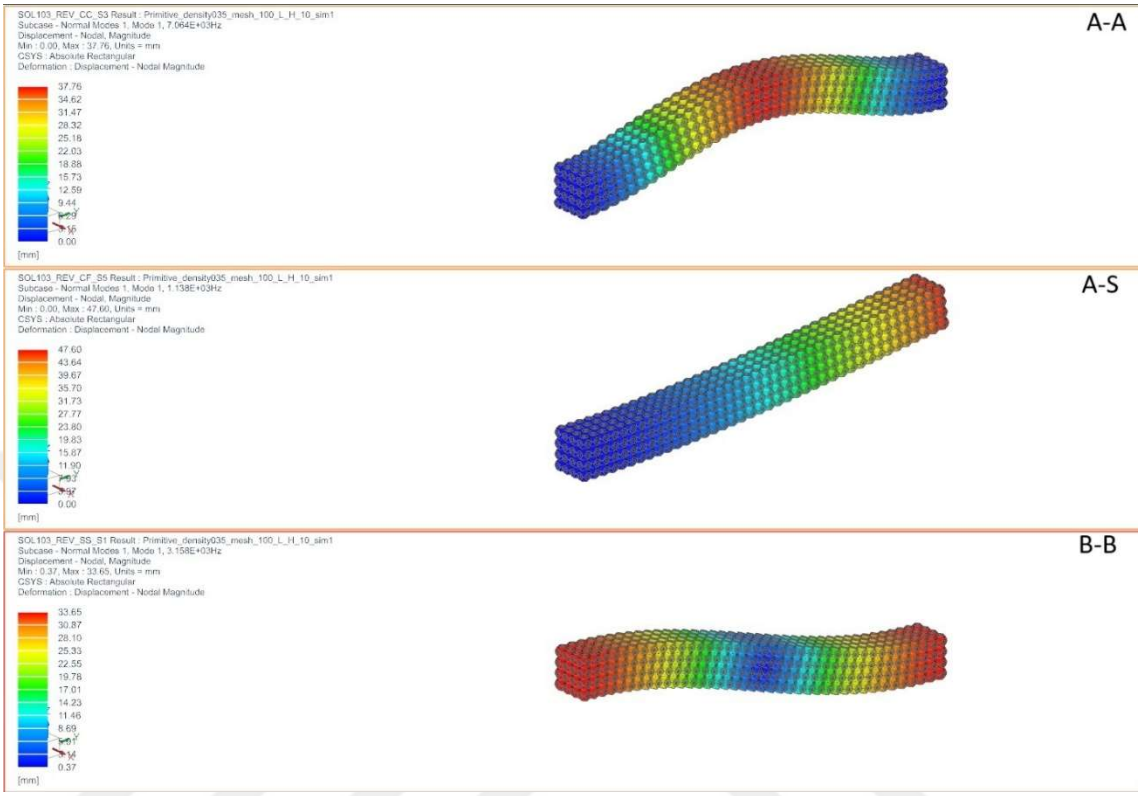
Sınır koşullarının uygulanabilmesi için *.sim* dosyası içerisindeki 'Constraint Type' (kısıtlama türü) komutu çalıştırılmıştır. Bu komutun alt seçeneklerinden 'Fixed Constraint' ankastre mesnet tanımlaması, 'Simple Support' ise basit destek tanımlaması için kullanılmıştır.



Şekil 6.14. Simcenter 3D sınır koşullarının uygulanması

TPMS yapının CAD verisi, matematiksel ağ modeli, fiziksel özellikleri, yapılacak analiz türü, sınır koşulları ve çözüm ayarları tanımlanmıştır. “Solve all solutions” komutu

çalıştırmıştır ve tüm sınır koşulları için Simcenter Nastran çözücüsü problemleri çözmüştür. Tüm bu işlemler her TPMS yapı için tekrar edilmiştir.



Şekil 6.15. Tüm sınır koşulları için Primitive yapının birinci modları

6.3. Statik Analiz

Yapısal sistemlerin statik yükler altındaki şekil değiştirme davranışlarının belirlenmesi, tasarım güvenliği ve performans açısından kritik öneme sahiptir. Çalışmanın bu bölümü statik analize, yani yalnızca deformasyonların incelenmesine odaklanmıştır. Böylece TPMS tabanlı kafes yapıların farklı yoğunluklarda yük altındaki şekil değiştirme karakteristikleri değerlendirilmiştir.

Statik analiz, sonlu elemanlar yöntemi (FEM) çerçevesinde doğrusallaştırılmış yapı mekaniği denklemlerinin çözülmesine dayanır:

$$[K]u = F \tag{6.2}$$

Burada K rijitlik matrisi, u düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler vektörü, F ise dış yükleme vektörünü ifade etmektedir. Statik analizlerde esas hedef, uygulanan kuvvet altındaki deformasyon büyüklüklerini doğru şekilde hesaplamaktır.

Çözüm yöntemi olarak SOL 101 – Linear Static çözümü seçilmiş olup, doğrusal elastik malzeme modeli ve küçük deformasyon varsayımı altında çözümler yapılmıştır.

Statik analizler yalnızca ankastre–serbest sınır koşulu altında gerçekleştirilmiştir. Bu sınır koşulunda, kirişin bir ucu tamamen sabitlenmiş, diğer ucu serbest bırakılmıştır. Yükleme koşulu olarak yapının serbest ucuna 2N kuvvet uygulanmıştır.

TPMS yapıların deformasyon davranışlarının bağıl yoğunluğa bağlı olarak nasıl değiştiğini gözlemlemek amacıyla, analizler 0.10 ile 0.50 bağıl yoğunluk aralığında, 0.05 artışlarla yapılmıştır. Böylece her yoğunluk değeri için ayrı bir analiz gerçekleştirilmiş ve elde edilen deformasyon sonuçları karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

6.4. Burkulma Analizi

Yapısal elemanların kritik yükler altında kararlılıklarını koruyup koruyamayacaklarının belirlenmesi, mühendislik tasarımlarında güvenlik açısından büyük önem taşır. Burkulma analizi, yapıların eksenel bası yükleri altında denge durumlarını kaybedip kaybetmeyeceklerini inceleyen bir yöntemdir. Özellikle ince, uzun ve hafif yapılarda burkulma riski önemli bir sınırlandırıcı faktördür.

Burkulma analizi, sonlu elemanlar yöntemi çerçevesinde özdeğer problemine dayalı olarak çözülmektedir.

$$(K + \lambda K_\sigma)\, u = 0 \tag{6.3}$$

Burada K rijitlik matrisi, K_σ geometrik rijitlik matrisi, λ burkulma yük faktörü ve u yer değiştirme vektörünü ifade etmektedir. Burkulma yük faktörü, uygulanan yük ile çarpıldığında yapının kritik burkulma yükünü vermektedir.

Bu çalışmada burkulma analizleri, Simcenter 3D yazılımında SOL 105 – Buckling çözümü kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu çözüm yöntemi, lineer elastisite varsayımı altında yapıların kritik yüklerini ve burkulma modlarını hesaplamaktadır.

Analizler yalnızca ankastre–serbest sınır koşulu altında yapılmıştır. Kirişin bir ucu ankastre olarak sabitlenmiş, diğer ucu serbest bırakılmıştır. Yükleme koşulu olarak eksenel doğrultuda bası kuvveti uygulanmıştır.

TPMS yapıların burkulma davranışlarının bağıl yoğunluklara bağlı olarak değişimini incelemek amacıyla, analizler 0.10 ile 0.50 yoğunluk aralığında, 0.05 artışlarla gerçekleştirilmiştir. Böylece her yoğunluk değeri için ayrı bir burkulma analizi yapılmış ve kritik yükler karşılaştırılmıştır.

BÖLÜM 7

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu tez kapsamında elde edilen modal analiz sonuçlarının doğruluğunu değerlendirmek amacıyla, literatürde rapor edilen çalışmalarla karşılaştırmalar yapılmıştır.

Çizelge 7.1. Çalışmalarındaki malzeme özellikleri

	Çelik		Alüminyum		Titanyum	
Özellik	Değer	Birim	Değer	Birim	Değer	Birim
Yoğunluk (ρ)	7850	Kg/m^3	4500	Kg/m^3	2750	Kg/m^3
Elastik Modülü (E)	200	GPa	65	GPa	100	GPa
Poisson Oranı (ν)	0.3	-	0.3	-	0.3	-

Çizelge 7.2. Çalışmalarındaki çelik I-WP morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

IWP-Çelik									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	6343	6371	0.44	6006	5936	1.17	5544	5371	3.12
2.mod	10695	10330	3.41	10369	10010	3.46	9830	9490	3.46
3.mod	14638	15160	3.57	13954	14220	1.91	12990	12960	0.23
4.mod	19441	18590	4.38	18369	17540	4.51	17000	16200	4.71
5.mod	21335	20580	3.54	20673	19940	3.55	19577	18880	3.56

Çizelge 7.3. Çalışmalarındaki alüminyum I-WP morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

IWP-Alüminyum									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	6109	6136	0.44	5784	5718	1.14	5340	5174	3.11
2.mod	10301	9945	3.46	9988	9645	3.43	9468	9141	3.45
3.mod	14099	14600	3.55	13440	13690	1.86	12511	12480	0.25
4.mod	18725	17900	4.41	17692	16890	4.53	16375	15610	4.67
5.mod	20550	19820	3.55	19911	19210	3.52	18857	18180	3.59

Çizelge 7.4. Çalışmalarındaki ile titanyum I-WP morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

IWP-Titanyum									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	5923	5950	0.46	5609	5544	1.16	5177	5016	3.11
2.mod	9988	9643	3.45	9684	9352	3.43	9181	8863	3.46
3.mod	13671	14160	3.58	13032	13280	1.90	12131	12100	0.26
4.mod	18156	17360	4.38	17155	16380	4.52	15877	15130	4.70
5.mod	19925	19220	3.54	19307	18630	3.51	18284	17630	3.58

Çizelge 7.5. Çalışmalarındaki çelik Gyroid morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Gyroid-Çelik									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	5640	5256	6.81	5428	5022	7.48	5123	4677	8.71
2.mod	6337	6176	2.54	6157	5959	3.22	5878	5624	4.32
3.mod	11495	11090	3.52	11015	10620	3.59	10298	9912	3.75
4.mod	13454	12870	4.34	12970	12320	5.01	12276	11510	6.24
5.mod	14732	14800	0.46	14302	14280	0.15	13632	13460	1.26

Çizelge 7.6. Çalışmalarındaki alüminyum Gyroid morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Gyroid-Aluminyum									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	5433	5063	6.81	5228	4837	7.48	4935	4505	8.71
2.mod	6103	5949	2.52	5930	5740	3.20	5662	5417	4.33
3.mod	11072	10680	3.54	10610	10230	3.58	9919	9547	3.75
4.mod	12958	12400	4.31	12493	11870	4.99	11824	11080	6.29
5.mod	14190	14250	0.42	13776	13750	0.19	13130	12960	1.29

Çizelge 7.7. Çalışmalarındaki titanyum Gyroid morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Gyroid-Titanyum									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	5268	4909	6.81	5069	4690	7.48	4785	4368	8.71
2.mod	5918	5768	2.53	5750	5566	3.20	5490	5253	4.32
3.mod	10736	10350	3.60	10287	9918	3.59	9618	9257	3.75
4.mod	12565	13820	9.99	12113	11510	4.98	11465	10750	6.24
5.mod	13759	16930	23.05	13357	13340	0.13	12932	12570	2.80

Çizelge 7.8. Çalışmalarındaki çelik Primitive morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Primitive-Çelik									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	3814	3353	12.09	3536	3072	13.12	3228	2785	13.72
2.mod	9743	8590	11.83	9053	7881	12.95	8258	7131	13.65
3.mod	12122	11670	3.73	11350	11170	1.59	10176	10070	1.04
4.mod	12265	12020	2.00	11752	11240	4.36	11188	12720	13.69
5.mod	17493	15440	11.74	16266	14150	13.01	14785	18550	25.46

Çizelge 7.9. Çalışmalarındaki alüminyum Primitive morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Primitive-Alüminyum									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	3673	3229	12.09	3406	2959	13.12	3110	2683	13.73
2.mod	9384	8274	11.83	8720	7591	12.95	7954	6868	13.65
3.mod	11676	11240	3.73	10932	1076	90.16	9801	9695	1.08
4.mod	11814	11570	2.07	11320	10830	4.33	10777	10230	5.08
5.mod	16849	14870	11.75	15667	13630	13.00	14241	12250	13.98

Çizelge 7.10. Çalışmalarındaki titanyum Primitive morfolojisinin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Primitive-Titanyum									
	0.2			0.15			0.1		
Modlar	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark	Altıntaş vd. (2018)	Sunulan	%fark
1.mod	3562	3131	12.10	3302	2869	13.11	3015	2601	13.73
2.mod	9099	8022	11.84	8455	7360	12.95	7712	6660	13.64
3.mod	11321	10900	3.72	10600	10430	1.60	9504	9400	1.09
4.mod	11455	11220	2.05	10976	10500	4.34	10449	9921	5.05
5.mod	16338	14420	11.74	15191	13210	13.04	13808	11880	13.96

Çizelge 7.1'de Altıntaş vd. (2018) çalışmalarında kullanılan malzeme özellikleri verilmiştir. Çizelge 7.2 ve Çizelge 7.10'da Altıntaş (2018) tarafından farklı kalınlıklarda ve yoğunluklarda modellenen TPMS yapılar için verilen doğal frekans değerleri referans alınmış, aynı yapılar üzerinde yeniden analizler gerçekleştirilmiş ve karşılaştırmalı tablolar oluşturulmuştur (Altintas vd., 2018).

Altıntaş vd.(2018) çalışmalarında birim hücre boyutunu 6,5x6,5x6,5 mm olarak kabul etmiştir. Kiriş boyutu 13x13x65 mm olacak şekilde birim hücreleri çoğaltmıştır. Birim hücrelerin çoğaltılmasıyla l/h oranı 5 olarak belirtilmiştir. Alüminyum, çelik ve titanyum için farklı morfolojiye sahip (IWP, Gyroid ve Primitive) TPMS yapıların analizlerini yapmıştır.

Her bir tablo, ilgili TPMS morfolojisi, malzeme özelliği yoğunluk aralığı ve geometrik parametreler dikkate alınarak hazırlanmıştır. Literatür değerleri ile bu çalışmada elde edilen sonuçlar yan yana verilmiş, yüzde farklar da eklenerek sayısal

doğruluk seviyesi değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, genel olarak literatürde rapor edilen bulgularla yüksek düzeyde uyum göstermiştir. Çoğu durumda fark oranları %1 ile %5 aralığında değişmiş ve bu durum, yapılan modellemelerin güvenilirliğini ortaya koymuştur.

Bu sistematik karşılaştırmalar sayesinde, tez kapsamında elde edilen tüm modal analiz sonuçlarının yalnızca sayısal doğruluk açısından değil, aynı zamanda literatürdeki eğilimlerle uyumluluk açısından da güvenilir olduğu doğrulanmıştır. Böylece oluşturulan tablolar, hem mevcut çalışmanın bilimsel geçerliliğini destekleyen hem de literatüre katkı sağlayan bir yapıya kavuşmuştur.

TPMS yapının CAD verisi, matematiksel ağ modeli, fiziksel özellikleri, yapılacak analiz türü, sınır koşulları ve çözüm ayarları tanımlanmıştır. "Solve all solutions" komutu çalıştırmıştır ve tüm sınır koşulları için Simcenter Nastran çözücüsü problemleri çözmüştür. Tüm bu işlemler her TPMS yapı için tekrar edilmiştir.

Çizelge 7.11. Primitive yapının tüm sınır koşulları için modları (4mm*4mm*40mm) (0.35 yoğunluk)

Bağlantı	TPMS - 4*4*40	MOD1	MOD2	MOD3	MOD4	MOD5	MOD6	MOD7	MOD8	MOD9	MOD10
B-B	Primitive	3158	12280	26500	27550	36110	44773	55060	66000	72020	82530
A-A	Primitive	7064	18590	27620	34480	36440	53610	55220	72700	75150	82770
A-S	Primitive	1138	6932	13790	18150	18630	34620	41370	53950	54350	68900

Çizelge 7.12. I-WP yapının tüm sınır koşulları için modları (4mm*4mm*40mm) (0.35 yoğunluk)

Bağlantı	TPMS-4*4*40	MOD1	MOD2	MOD3	MOD4	MOD5	MOD6	MOD7	MOD8	MOD9	MOD10
B-B	I-WP	3782	14390	22110	30140	42760	49320	66320	70650	85400	93260
A-A	I-WP	8177	20800	22250	37340	42920	44500	56390	66750	77100	85730
A-S	I-WP	1365	8139	11090	21280	21410	33270	38370	55450	58100	64170

Çizelge 7.11 ve Çizelge 7.12'de 4*4*40 Primitive yapının ve 4*4*40 I-WP yapının farklı sınır koşulları için serbest titreşim modları verilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde farklı sınır koşullarının ve topolojik farklılıkların TPMS kirişlerin modal davranışları üzerinde belirleyici bir etkiye sahip olduğu açıkça görülmektedir. Yapının uç

koşulları özellikle düşük modlarda serbest titreşim davranışını doğrudan etkileyerek doğal frekansların seviyesini belirlemekte, topolojik farklılıklar ise orta ve yüksek modlarda frekans değerlerinin dağılımını değiştirmektedir. Primitive ve I-WP yapılar aynı boyutlarda modellenmiş olmasına rağmen, elde edilen frekans değerleri karşılaştırıldığında, hücresel geometri farklılıklarının doğrudan doğal frekanslara yansıdığı anlaşılmaktadır. Daha basit yüzey morfolojisine sahip olan Primitive yapı, özellikle ankastre- serbest (A-S) sistemlerde daha esnek bir davranış sergilerken daha karmaşık ve sürekliliği yüksek olan I-WP topolojisi, çoğu sınır koşulunda daha yüksek doğal frekans değerleri üretmiş ve rijitlik açısından belirgin bir avantaj ortaya koymuştur. Bu bulgu, TPMS tabanlı yapıların modal karakteristiklerinin yalnızca sınır koşullarıyla değil, aynı zamanda topolojik düzenle de güçlü bir biçimde ilişkili olduğunu, dolayısıyla yapısal titreşim güvenliği açısından topoloji ve sınır koşullarının birlikte ele alınmasının zorunlu olduğunu göstermektedir.

Her iki yapı için de en yüksek rijitliği sağlayan konfigürasyon A-A (ankastre–ankastre) bağlantısıdır. Özellikle düşük modlarda bu sınır koşulu, diğer bağlantı tiplerine kıyasla çok daha yüksek frekans değerleri üretmiştir. Primitive yapı için MOD1'de 7064 Hz, I-WP yapı için ise 8177 Hz değerine ulaşılması ankastre kısıtlamaların yapının serbest titreşimlerini büyük ölçüde engellediğini ve rezonans riskini azalttığını göstermektedir. Ancak mod sayısı arttıkça B-B (basit destek–basit destek) bağlantısının frekans değerleri hızla yükselmiş ve yüksek modlarda A-A ile arasındaki fark önemli ölçüde azalmıştır. Primitive yapıda MOD10'da A-A (82.770 Hz) ile B-B (82.530 Hz) neredeyse aynı seviyeye ulaşırken, I-WP yapıda B-B konfigürasyonu A-A'yı geçerek en yüksek frekans değerini üretmiştir (MOD10: B-B 93.260 Hz, A-A 85.730 Hz). Bu durum, düşük modlarda ankastre bağlantıların baskın olduğunu, ancak yüksek modlarda yapının iç geometrisinin ve destek tipinin daha belirleyici hale geldiğini göstermektedir. Özellikle I-WP topolojisinde B-B konfigürasyonunun MOD6'dan itibaren A-A'yı geçmesi, topolojik yapının yük aktarım mekanizmasının destek koşullarıyla birlikte farklı modlarda değişebildiğini ortaya koymaktadır.

Ankastre- Serbest sistem olan A-S bağlantısı her iki topolojide de en düşük frekans değerlerini vermiştir. İlk modlarda özellikle düşük değerler elde edilmiş. Bu da serbest uç nedeniyle rijitliğin önemli ölçüde azaldığını göstermektedir. Mod sayısı arttıkça frekans değerlerinde artış gözlense de A-S bağlantısı hiçbir noktada A-A veya B-

B ile kıyaslanabilir seviyelere ulaşmamıştır. Yüksek modlarda Primitive yapı, A-S bağlantısında I-WP'den daha yüksek frekans değerleri üretmiştir (örneğin MOD10: Primitive 68.900 Hz, I-WP 64.170 Hz). Bu durum, serbest uç koşulunun topolojik farklılıklarla etkileşerek rezonans riskini farklı şekillerde ortaya çıkardığını göstermekte ve Primitive yapının bu konfigürasyonda kısmi bir avantaj sunduğunu ortaya koymaktadır.

Genel bir değerlendirme yapıldığında, I-WP topolojisinin çoğunlukla Primitive yapıya kıyasla daha yüksek doğal frekanslar ürettiği, dolayısıyla daha rijit bir davranış sergilediği sonucuna ulaşılmaktadır. Bununla birlikte, sınır koşullarının etkisi topolojiye bağlı olarak değişmektedir. Bu farklılık, I-WP topolojisinin daha karmaşık yüzey sürekliliğinin yük aktarımını farklı mod şekillerinde daha etkin bir şekilde sağlamasından kaynaklanmaktadır. Primitive yapı ise daha basit yüzey topolojisine sahip olması nedeniyle, özellikle serbest uçlu sistemlerde daha yüksek frekanslara ulaşabilmekte ve farklı bir avantaj sunmaktadır.

Sonuçlar, TPMS yapılarının modal davranışlarının yalnızca sınır koşullarına değil, aynı zamanda topolojik morfolojilere de duyarlı olduğunu göstermektedir. Düşük mod rezonans riskinin minimize edilmesi için ankastre–ankastre bağlantı en güvenli çözüm olarak öne çıkarken, yüksek frekanslı titreşimlerin kritik olduğu uygulamalarda I-WP topolojisinin basit destekli sistemlerde daha avantajlı hale geldiği görülmektedir. Tek ankastre desteğe sahip sistemler ise daha esnek bir davranış sergilemekte, ancak düşük frekanslı rezonanslara açık oldukları için dikkatle değerlendirilmesi gerekmektedir. Tüm bu bulgular, TPMS tabanlı yapıların tasarımında sınır koşulları ve topolojinin birlikte ele alınmasının zorunlu olduğunu, yalnızca tek parametreye odaklanmanın eksik bir değerlendirme olacağını ortaya koymaktadır.

Çizelge 7.13. Kirişin farklı yoğunluk oranlarına göre 1. mod frekansları (1mm*1mm*10mm)

TPMS	Sınır koşulu	Mod (Hz)	Yoğunluk								
			10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
Diamond	A-S	1. mod	4603	4679	4761	4838	4967	5032	5163	5356	5407
Gyroid	A-S	1. mod	1766	2236	2597	2916	3164	3407	3599	3816	4404
IWP	A-S	1. mod	3044	3653	4133	4478	4811	5117	5396	5651	5869
Primitive	A-S	1. mod	1782	2370	2824	3264	3665	4057	4450	4850	5278

Çizelge 7.13'te farklı TPMS morfolojilerine sahip 1×1×10 boyutlarındaki kirişlerin, ankastre–serbest sınır koşulunda birinci doğal frekanslarının bağıl yoğunluğa göre değişimi sunulmaktadır. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, bağıl yoğunluğun artışıyla birlikte tüm yapılarda doğal frekansların düzenli bir şekilde yükseldiği görülmektedir. Bu durum, yoğunluğun artmasının yapının efektif rijitliğini artırması ve titreşim davranışını daha yüksek frekanslara kaydırması ile açıklanabilir.

Diamond yapısı, tüm yoğunluk aralıklarında en yüksek doğal frekans değerlerini üretmiştir. %10 yoğunlukta 4603 Hz'den başlayan değer, %50 yoğunlukta 5407 Hz'e ulaşmıştır. Bu artış eğilimi, Diamond topolojisinin geometrik sürekliliği sayesinde yüksek rijitlik sunduğunu ve bu nedenle rezonans riskini diğer morfolojilere kıyasla daha fazla azaltabileceğini göstermektedir.

I-WP yapısı Diamond'dan sonra en yüksek doğal frekansları üretmiştir. %10 yoğunlukta 3044 Hz olan birinci mod, %50 yoğunlukta 5869 Hz seviyesine çıkmıştır. Özellikle %20'den sonra hızlı bir artış gösteren frekans değerleri, I-WP topolojisinin yoğunluk artışına duyarlı olduğunu ve yüksek rijitlik gerektiren uygulamalarda önemli avantaj sağlayabileceğini ortaya koymaktadır.

Primitive yapısı, düşük yoğunluklarda I-WP'ye kıyasla daha düşük değerler vermiştir (%10 yoğunlukta 1782 Hz, %50 yoğunlukta 5278 Hz). Bununla birlikte, frekans artış eğilimi düzenli şekilde sürmüş ve yüksek yoğunluklarda I-WP'ye yaklaşmıştır. Bu durum, Primitive yapının daha basit yüzey morfolojisi nedeniyle düşük yoğunluklarda daha esnek olduğunu, fakat yoğunluk yükseldikçe rijitlik kazandığını göstermektedir.

Gyroid yapısı ise tüm yoğunluklarda en düşük doğal frekans değerlerini üretmiştir. %10 yoğunlukta 1766 Hz olan değer, %50 yoğunlukta 4404 Hz'e ulaşmıştır. Gyroid'in sürekli yüzey morfolojisi yapıya stabilite sağlasa da bu morfolojinin diğer topolojilere kıyasla daha esnek olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenle Gyroid, düşük frekanslı titreşimlere daha duyarlı olup rezonans riskine karşı daha dikkatli değerlendirilmelidir.

Genel olarak bakıldığında, Diamond ve I-WP yapılarının en rijit sistemleri temsil ettiği, Primitive yapısının orta düzeyde rijitlik sunduğu, Gyroid yapısının ise en esnek morfoloji olduğu görülmektedir. Ayrıca tüm yapılar için yoğunluk artışının frekans değerlerini yükselttiği teyit edilmiştir. Bu bulgular, TPMS yapılarının dinamik

davranışlarının yalnızca topolojik formdan değil, aynı zamanda bağıl yoğunluktan da güçlü bir şekilde etkilendiğini ve tasarım sürecinde her iki parametrenin birlikte dikkate alınması gerektiğini ortaya koymaktadır.

Çizelge 7.14. Kirişin farklı yoğunluk oranlarına göre 2N eğme kuvveti etkisindeki maksimum deformasyonları (1mm*1mm*10mm)

TPMS	Sınır koşulu	Eğilme (mm)	Yoğunluk								
			10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
Diamond	A-S	Maksimum deformasyon	1.092	0.706	0.514	0.398	0.320	0.264	0.220	0.201	0.160
Gyroid	A-S	Maksimum deformasyon	8.810	3.671	2.077	1.268	0.862	0.681	0.465	0.361	0.287
IWP	A-S	Maksimum deformasyon	2.649	1.282	0.767	0.532	0.385	0.293	0.231	0.188	0.156
Primitive	A-S	Maksimum deformasyon	9.718	3.140	1.164	0.994	0.657	0.459	0.334	0.250	0.190

Çizelge 7.14, TPMS yapılarının ankastre-serbest sınır koşulunda, 2N eğme kuvveti altında maksimum deformasyonlarını farklı yoğunluk oranlarına göre karşılaştırmaktadır. Elde edilen sonuçlar, yoğunluk oranı arttıkça deformasyonun azaldığını ve daha yoğun yapılarda daha yüksek rijitlik elde edildiğini açıkça göstermektedir. Bu, yapıların morfolojisinin rijitliğini ve deformasyona karşı dayanıklılığını etkileyen önemli bir parametre olduğunu ortaya koymaktadır.

Diamond yapı tüm yoğunluk oranlarında en düşük deformasyonu üretmiştir. %10 yoğunlukta 1.092 mm olan deformasyon, %50 yoğunlukta 0.160 mm'ye kadar düşmüştür. Bu sonuç Diamond yapısının daha rijit olduğunu ve yoğunluk arttıkça deformasyonun hızla azaldığını göstermektedir.

Gyroid yapı tüm yoğunluk seviyelerinde en yüksek deformasyon değerlerini göstermektedir. %10 yoğunlukta 8.810 mm ile en yüksek deformasyonu üreten Gyroid, yoğunluk arttıkça deformasyon değerinde azalma göstermiştir. %50 yoğunlukta 0.287 mm'ye kadar düşen deformasyon, Gyroid yapısının daha esnek olduğunu ve düşük yoğunluklarda daha fazla deformasyona eğilimli olduğunu ortaya koymaktadır.

I-WP yapısı, Diamond yapısına yakın ancak Gyroid'den daha rijit bir yapı sergilemektedir. %10 yoğunlukta 2.649 mm deformasyon değeri, %50 yoğunlukta 0.156

mm'ye kadar düşmektedir. I-WP topolojisi, özellikle orta düzeyde rijitlik ve deformasyon direnci gerektiren uygulamalarda avantaj sağlayabilir.

Primitive yapısı, diğer topolojilere kıyasla en yüksek deformasyon değerlerine sahiptir. %10 yoğunlukta 9.718 mm deformasyon ile en fazla deformasyon, %50 yoğunlukta ise 0.190 mm'ye kadar düşmektedir. Primitive yapısı, daha esnek bir yapı sergileyerek, düşük yoğunluklarda daha büyük deformasyonlar yaşarken, yüksek yoğunluklarda rijitliğini artırmaktadır. Bu yapı, daha fazla deformasyonun tolere edilebileceği hafif yapı uygulamalarında tercih edilebilir.

Yoğunluğun artmasının deformasyonu azaltma eğiliminde olduğunu gösteriyor. TPMS yapılarının bağıl yoğunluğu arttıkça rijitlikleri artmakta ve dolayısıyla deformasyonları azalmaktadır. Diamond ve I-WP yapıları, yüksek rijitlik sunarken, Gyroid ve Primitive yapıları daha esnek davranışlar sergilemektedir. Gyroid yapısı en büyük deformasyonları gösterdiğinden, esneklik gerektiren uygulamalarda tercih edilebilirken, Diamond ve I-WP yapıları, özellikle yüksek rijitlik gerektiren mühendislik uygulamaları için daha uygun hale gelmektedir. Primitive yapı, diğer yapıların aksine daha yüksek deformasyon değerleri gösterdiği için, özellikle hafif yapılar ve yüksek esneklik gerektiren durumlar için uygun olabilir.

Çizelge 7.15. Kirişin farklı yoğunluk oranlarına göre kritik burkulma kuvvetleri (1mm*1mm*10mm)

TPMS	Sınır koşulu		Yoğunluk								
			10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
Diamond	A-S	Kritik Burkulma Kuvveti (N)	13.16	20.31	27.90	35.89	44.64	54.21	64.96	64.81	89.42
Gyroid	A-S	Kritik Burkulma Kuvveti (N)	1.81	4.34	7.88	12.60	18.02	24.48	31.10	39.41	49.30
IWP	A-S	Kritik Burkulma Kuvveti (N)	6.06	12.59	21.11	30.62	42.25	55.68	70.80	87.52	105.10
Primitive	A-S	Kritik Burkulma Kuvveti (N)	1.60	5.23	10.02	16.53	25.04	35.38	49.37	66.08	87.09

Çizelge 7.15, TPMS yapıların ankastre-serbest sınır koşulunda, farklı yoğunluk oranları altında kritik burkulma kuvvetlerinin nasıl değiştiğini göstermektedir. Burkulma kuvveti, yapının stabilitesini ve dayanıklılığını belirleyen önemli bir parametre olduğundan, her topolojinin bu konuda nasıl bir performans sergilediği incelenmiştir.

Diamond yapı tüm yoğunluk seviyelerinde en yüksek kritik burkulma kuvvetine sahip olmuştur. %10 yoğunlukta 13.16 N olan burkulma kuvveti, %50 yoğunlukta 89.42 N'ye kadar artmıştır. Bu sonuç, Diamond yapının yoğunluk arttıkça stabilitesinin belirgin bir şekilde arttığını ve yüksek rijitlik sunduğunu göstermektedir. Bu yapı, yüksek burkulma kuvveti gerektiren mühendislik uygulamalarında tercih edilebilir, çünkü yoğunluk artışına bağlı olarak dayanıklılığı önemli ölçüde iyileşmektedir.

Gyroid yapı diğer yapılarla karşılaştırıldığında çok daha düşük burkulma kuvvetlerine sahiptir. %10 yoğunlukta 1.81 N olan kritik burkulma kuvveti, %50 yoğunlukta yalnızca 49.30 N'ye ulaşmaktadır. Bu durum, Gyroid yapının düşük yoğunluklarda daha esnek ve burkulmaya daha duyarlı olduğunu ortaya koymaktadır. Bu yapının esnekliği ve düşük burkulma kuvveti, özellikle enerji emilimi ve esneklik gerektiren uygulamalarda uygun hale getirebilir, ancak yüksek stabilite gerektiren uygulamalarda daha dikkatli değerlendirilmelidir.

I-WP yapısı, Gyroid yapıdan daha rijit ve daha yüksek burkulma kuvvetleri sergileyen bir yapı olarak dikkat çekmektedir. %10 yoğunlukta 6.06 N olan değer, %50 yoğunlukta 105.10 N'ye kadar çıkmaktadır. I-WP, yoğunluk arttıkça belirgin şekilde daha dayanıklı hale gelmektedir ve bu da yüksek stabilite ve rijitlik gerektiren mühendislik uygulamaları için uygun bir seçenek sunduğunu gösterir. Bu yapı, orta düzeyde burkulma kuvvetine sahip olup, denge ve rijitlik gerektiren sistemlerde tercih edilebilir.

Primitive yapı diğer yapılarla karşılaştırıldığında, en düşük burkulma kuvvetlerini üretmiştir. %10 yoğunlukta 1.60 N olan değeri, %50 yoğunlukta 87.09 N'ye çıkmaktadır. Primitive yapı özellikle düşük yoğunluklarda daha esnek ve daha fazla burkulmaya eğilimli bir davranış sergilerken, yoğunluk arttıkça burkulma kuvveti artmış ve rijitlik kazanmıştır. Bu yapı, özellikle hafif yapı uygulamaları ve esneklik gereksinimleri için tercih edilebilir.

TPMS yapıların kritik burkulma kuvvetinin yoğunlukla doğru orantılı olarak arttığını ve yoğunluk arttıkça yapının stabilitesinin iyileştiğini ortaya koymaktadır.

Diamond ve I-WP yapıları, yüksek rijitlik ve stabilite gerektiren uygulamalarda daha uygun hale gelirken, Gyroid ve Primitive yapıları, esneklik ve enerji emilimi gerektiren uygulamalar için daha uygun seçenekler olabilir. Yoğunluğun artması, yapıların stabilitesini artırmakla birlikte, her topoloji için farklı mühendislik gereksinimlerine göre optimum seçim yapılmalıdır.

BÖLÜM 8

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, üçlü periyodik minimal yüzeyli (TPMS) yapıların dinamik davranışları, farklı sınır koşulları altında incelenmiş ve çeşitli geometrik düzenlemelerin bu yapılardaki deformasyon, modal davranış ve kritik burkulma kuvvetleri üzerindeki etkileri değerlendirilmiştir. Çalışmanın ana amacı, TPMS yapılarının dinamik performanslarını analiz etmek, farklı topolojilerin ve sınır koşullarının bu performans üzerindeki etkilerini anlamak olmuştur.

Analizler, TPMS yapıların geometrisinin ve sınır koşullarının, yapının dinamik davranışı üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Özellikle, Primitive ve Gyroid gibi bazı topolojiler, belirli sınır koşulları altında daha yüksek doğal frekanslar ve daha düşük deformasyon değerleri sergileyerek daha stabil bir dinamik performans göstermiştir. Bu, TPMS yapıların rezonansa girme riskinin minimize edilmesinde önemli bir faktör olduğunu ortaya koymuştur.

TPMS yapıların deformasyon davranışları, her bir topolojinin farklı yapılandırmalarına bağlı olarak değişkenlik göstermiştir. Özellikle, Gyroid ve Primitive yapılar, daha büyük yüzey alanları sunarak daha fazla enerji emme kapasitesine sahipken, Diamond yapısı ise daha küçük deformasyonlarla düşük yoğunluklu bölgelerde daha iyi performans sergilemiştir. Bu sonuçlar, TPMS yapıların mekanik özelliklerinin, hedeflenen uygulama için optimize edilebileceğini göstermektedir.

Çalışmanın bulguları, TPMS yapıların özellikle yüksek frekanslı titreşimlerin öngörüldüğü uygulamalar için uygun bir alternatif sunduğunu ve hafiflik ile dayanıklılığı bir arada sağlayabilen yapılar oluşturulabileceğini ortaya koymuştur. Eklemeli imalat

teknolojilerinin gelişmesiyle, TPMS yapılarının üretimi hızlanmış ve daha verimli hale gelmiştir, bu da onları çeşitli mühendislik uygulamalarında daha erişilebilir kılmaktadır.

Sonuç olarak, TPMS yapılar, mekanik özelliklerini optimize edebilme kabiliyeti sayesinde, mühendislik tasarımlarında güçlü bir alternatif olarak öne çıkmaktadır. Bu yapılar, özellikle dinamik ve statik performans gereksinimlerinin yüksek olduğu uygulamalarda daha verimli sonuçlar elde edilmesini sağlar. Gelecekteki araştırmalar, TPMS yapıların üretilebilirliğini artırmaya yönelik yeni yöntemler geliştirmeye, bu yapıların daha geniş bir yelpazede kullanımını sağlamak için optimizasyon tekniklerini derinleştirmeye odaklanmalıdır. Bu çalışma, TPMS yapıların potansiyelini ve bu alandaki gelecekteki araştırmaların önemini vurgulamaktadır.

KAYNAKLAR

Al-Ketan, O., & Abu Al-Rub, R. K. (2019). Multifunctional mechanical-metamaterials based on triply periodic minimal surface lattices: A review. Içinde *Advanced Engineering Materials* (C. 21, Sayı 10). Wiley-VCH Verlag. https://doi.org/10.1002/adem.201900524

Al-Ketan, O., & Abu Al-Rub, R. K. (2021). MSLattice: A free software for generating uniform and graded lattices based on triply periodic minimal surfaces. *Material Design and Processing Communications*, *3*(6). https://doi.org/10.1002/mdp2.205

Al-Ketan, O., Rezgui, R., Rowshan, R., Du, H., Fang, N. X., & Abu Al-Rub, R. K. (2018). Microarchitected Stretching-Dominated Mechanical Metamaterials with Minimal Surface Topologies. *Advanced Engineering Materials*, *20*(9). https://doi.org/10.1002/adem.201800029

Altintas, G., Prof, S., & Varank, I. (2018). Vibration Properties of TPMS Based Structures. Içinde *International Journal of Scientific and Technological Research www.iiste.org ISSN* (C. 4, Sayı 4).

Ashby, M. F. (2006). The properties of foams and lattices. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, *364*(1838), 15-30. https://doi.org/10.1098/rsta.2005.1678

Brakke, K. (2013a). *Surface Evolver Manual*. http://www.susqu.edu/brakke

Brakke, K. (2013b). *TPMS Surface Evolver Examples*. https://kenbrakke.com/evolver/examples/periodic/periodic.html#psurface (2025)

Brakke, K. A. (1992). *The Surface Evolver*.

Butler, T. G. (1982). *Tenth NASTRAN Users Colloquium*.

Catenoid from Wolfram MathWorld. (2025). https://mathworld.wolfram.com/Catenoid.html

Chris-Amadin, H., & Ibhadode, O. (2024). LattGen: A TPMS lattice generation tool. *Software Impacts*, *21*. https://doi.org/10.1016/j.simpa.2024.100665

Clough, R. W. (2004). Early history of the finite element method from the view point of a pioneer. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, *60*(1), 283-287. https://doi.org/10.1002/nme.962

Colding, T. H., Minicozzi, W. P., & Douglas, J. (2023). *Jesse Douglas Biographical Memoir*.

Coxeter, H. S. M. (1934). DISCRETE GROUPS GENERATED BY REFLECTIONS. Içinde *ANNALS OF MATHEMATICS* (C. 35, Sayı 3). http://about.jstor.org/terms

Demirhan, P. A. (2025). Bending analysis of functionally graded triply periodic minimal surface sandwich plates. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. https://doi.org/10.1177/07316844251352968

Deshpande, V., & Ashby, M. F. (2001). FOAM TOPOLOGY BENDING VERSUS STRETCHING DOMINATED ARCHITECTURES. Içinde *Acta mater* (C. 49). https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1359-6454(00)00379-7

Dierkes, U., Hildebrandt, S., Küster, A., & Wohlrab, O. (1992). *Minimal Surfaces I*.

Evans, A. G., Hutchinson, J. W., Fleck, N. A., Ashby, M. F., & Wadley, H. N. G. (2001). 3A-Evans, Hutchinson_2001_The topological design of multifunctional cellular metals. Içinde *Progress in Materials Science* (C. 46). www.elsevier.com/locate/pmatsci

Fischer, W., & Koch, E. (1989). New Surface Patches for Minimal Balance Surfaces. I. Branched Catenoids. Içinde *Acta Cryst* (C. 45).

Gandy, P. J. F., & Klinowski, J. (2000). Exact computation of the triply periodic G “Gyroid” minimal surface. Içinde *Chemical Physics Letters* (C. 321). www.elsevier.nlrlocatercplett

Gandy, P. J. F., & Klinowski, J. (2002). Nodal surface approximations to the zero equipotential surfaces for cubic lattices. Içinde *Journal of Mathematical Chemistry* (C. 31, Sayı 1).

Gibson, L. J., & Ashby, M. F. (1999). Cellular Solids Structure and Properties. *Cambridge University Press*.

Gupta, A., & Babu L, S. (2023). Triply Periodic Minimal Surfaces: An Overview of Their Features, Failure Mechanisms, and Applications. *Journal of Mines, Metals and Fuels*, 211-221. https://doi.org/10.18311/jmmf/2022/31230

Helicoid from Wolfram MathWorld. (2025). https://mathworld.wolfram.com/Helicoid.html

Hsieh, M. T., & Valdevit, L. (2020a). Minisurf – A minimal surface generator for finite element modeling and additive manufacturing[Formula presented]. *Software Impacts*, *6*. https://doi.org/10.1016/j.simpa.2020.100026

Hsieh, M. T., & Valdevit, L. (2020b). Update2.0 -Minisurf – A minimal surface generator for finite element modeling and additive manufacturing[Formula presented]. *Software Impacts*, *6*. https://doi.org/10.1016/j.simpa.2020.100026

Ivana, S. B., Fabris, A. E., & Valério, R. B. (2016). EV: A First Version of the Surface Evolver with a Human-Computer Interface. *Journal of Software*, *11*(11), 1073-1082. https://doi.org/10.17706/jsw.11.11.1073-1082

Kapfer, S. C., Hyde, S. T., Mecke, K., Arns, C. H., & Schröder-Turk, G. E. (2011). Minimal surface scaffold designs for tissue engineering. *Biomaterials*, *32*(29), 6875-6882. https://doi.org/10.1016/j.biomaterials.2011.06.012

Karcher, H. (1989). THE TRIPLY PERIODIC MINIMAL SURFACES OF ALAN SCHOEN AND THEIR CONSTANT MEAN CURVATURE COMPANIONS. Içinde *manuscripta math* (C. 64).

Karcher, H., & Polthier, K. (1996). *Construction of Triply Periodic Minimal Surfaces*.

Koch, E., & Fischer, W. (1988). On 3-periodic minimal surfaces with non-cubic symmetry Minimal surface / Subgroup relation / Group-subgroup pair / Genus. Içinde *Zeitschrift für Kristallographie* (C. 183).

Lan, T., Peng, C., Fox, K., Do, T., & Tran, P. (2023a). Triply periodic minimal surfaces lattice structures: Functional graded and hybrid designs for engineering applications. *Materials Science in Additive Manufacturing*, *2*(3), 1753. https://doi.org/10.36922/msam.1753

Lan, T., Peng, C., Fox, K., Do, T., & Tran, P. (2023b). Triply periodic minimal surfaces lattice structures: Functional graded and hybrid designs for engineering applications. *Materials Science in Additive Manufacturing*, *2*(3), 1753. https://doi.org/10.36922/msam.1753

Liu, F., Mao, Z., Zhang, P., Zhang, D. Z., Jiang, J., & Ma, Z. (2018). Functionally graded porous scaffolds in multiple patterns: New design method, physical and mechanical properties. *Materials and Design*, *160*, 849-860. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.09.053

Lord, E. A., & Mackay, A. L. (2003). Periodic minimal surfaces of cubic symmetry. Içinde *CURRENT SCIENCE* (C. 85, Sayı 3).

Meeks, W. H., & Perez, J. (2018). *The Riemann minimal examples*. http://arxiv.org/abs/1609.05660

Meza, L. R., Das, S., & Greer, J. R. (2014). Strong, lightweight, and recoverable three-dimensional ceramic nanolattices. *Science*, *345*(6202), 1322-1326. https://doi.org/10.1126/science.1255908

Nagy, D. (2018). *Analysis Origins - MSC and NASTRAN*. https://www.nafems.org/blog/posts/analysis-origins-msc-and-nastran/

Nitsche, J. C. C. (1989). *Minimal Surfaces Volume 1 Introduction, Fundamentals Geometry and Basic Boundary Value Problems*. *Cambridge University Press*.

Padilla, W. J., Basov, D. N., & Smith, D. R. (2006). *Negative refractive index metamaterials* (C. 9, Sayı 8). https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1369-7021(06)71573-5

Rassias, T. M. (1992). *THE PROBLEM OF PLATEU*.

Scheffler, M., & Colombo, P. (2005). *Cellular ceramics : structure, manufacturing, properties and applications*. Wiley-VCH ; John Wiley [distributor].

Schoen, A. H. (t.y.-a). *Alan Schoen geometry*. Geliş tarihi 10 Haziran 2025, gönderen https://schoengeometry.com/e-tpms.html

Schoen, A. H. (t.y.-b). *bonnet_time_lapse_sequence.pdf*. Geliş tarihi 08 Haziran 2025, gönderen https://schoengeometry.com/e39-tpms-media/bonnet_time_lapse_sequence.pdf

Schoen, A. H. (1970). *Infinite Periodic Minimal Surfaces Without Self Intersections*.

Schwarz, H. (1890). *Gesammelte_Mathematische_Abhandlungen*.

Solar, C., Demirhan, P. A., & Taskin, V. (2025). Investigation of static behavior of functionally graded porous sandwich beams with TPMS core. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences*, *74*(2), 109-114. https://doi.org/10.3176/proc.2025.2.04

Surjadi, J. U., Gao, L., Du, H., Li, X., Xiong, X., Fang, N. X., & Lu, Y. (2019). 1D-Surjadi, Gao_2019_Mechanical Metamaterials and Their Engineering Applications. Içinde *Advanced Engineering Materials* (C. 21, Sayı 3). Wiley-VCH Verlag. https://doi.org/10.1002/adem.201800864

Veselago, V. G. (1968). *THE ELECTRODYNAMICS OF SUBSTANCES WITH SIMULTANEOUSLY NEGATIVE VALUES OF e AND μ*.

Walser, R. (2001). *Electromagnetic Metamaterials*. https://doi.org/https://doi.org/10.1117/12.432921

Wautier, K., Jonckheere, A., & Segers, D. (2012). The life and work of Joseph plateau: Father of film and discoverer of surface tension. *Physics in Perspective*, *14*(3), 258-278. https://doi.org/10.1007/s00016-012-0087-8

Weisstein, E. W. (2002). *CRC CONCISE ENCYCLOPEDIA MATHEMATICS OF SECOND EDITION*.

Yeo, S. J., Oh, M. J., & Yoo, P. J. (2019). Structurally Controlled Cellular Architectures for High-Performance Ultra-Lightweight Materials. *Advanced Materials*, *31*(34). https://doi.org/10.1002/adma.201803670

TEZ ÖĞRENCİSİNE AİT BİLİMSEL ÇIKTILAR

Konferans Bildirileri

1. Murat KÜÇÜK, Pınar Aydan DEMİRHAN, Topoloji Optimizasyonu, TUBLOK 2023 (Aralık 2023)

2. Murat KÜÇÜK, Pınar Aydan DEMİRHAN, Modal Analysis of TPMS Structures, VI. International Agricultural, Biological and Life Sciences Conference, 2024 (Eylül 2024)

ÖZGEÇMİŞ

Trakya Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümünden 2019 yılında mezun olmuştur.